

BUDAPESTI MŰSZAKI FŐISKOLA
Báni Donát Gépészmérnöki Főiskolai Kar

Fűrész Ferenc – Szakács Tamás

PÉLDATÁR
(Áramlástan és áramlástechnikai gépek)

BMF BGK 3023
Budapest, 2006

Szerkesztette: Fűrész Ferenc

Lektor: dr. Kégl Tibor

Tartalom

A jegyzetben szereplő fontosabb fizikai-, és műszaki mennyiségek jelölése és mértékegységei.....	5
Az SI és a műszaki mértérendszer közötti összefüggések.....	9
Előszó.....	11
1. ÁRAMLÁSTAN.....	13
1.1. Az ideális folyékony közeg áramlása.....	15
1.1.1. Hidrosztatika. A nyugvó folyadék egyensúlya.....	15
1.1.1.1. Mintafeladatok.....	15
1.1.1.2. Feladatok.....	19
1.1.2. Az áramló folyékony közeg egyensúlya. Kinematika.	
A folytonosság tétele.....	23
1.1.2.1. Mintafeladatok.....	23
1.1.2.2. Feladatok.....	26
1.1.3. Az energia megmaradás tétele. Bernoulli egyenlet és alkalmazásai	29
1.1.3.1. Mintafeladatok.....	29
1.1.3.2. Feladatok.....	38
1.1.4. Az impulzus tétel és alkalmazásai.....	43
1.1.4.1. Mintafeladatok.....	43
1.1.4.2. Feladatok.....	46
1.2. A súrlódásos folyékony közegek áramlása.....	50
1.2.1. Az áramlások hasonlósága. Áramlás csővezetékben, csővezeték- rendszerekben.....	50
1.2.1.1. Mintafeladatok.....	50
1.2.1.2. Feladatok.....	52
1.2.2. Általános átfolyási (Torricelli) egyenlet. Résáramlás.....	56
1.2.2.1. Mintafeladatok.....	56
1.2.2.2. Feladatok.....	57
1.3. Gázdinamikai áramlások.....	59
1.3.1. Mintafeladat.....	59
1.3.2. Feladatok.....	62

1.4. Csővezeték hirtelen zárása. Allievi-féle nyomáslökés	64
1.4.1. Mintafeladat.....	64
1.4.2. Feladatok	66
2. ÁRAMLÁSTECHNIKAI GÉPEK.....	67
2.1. Szállítómagasság/nyomáskülönbség. Jellemző fordulatszámok.	
Affinitási összefüggések	68
2.1.1. Mintafeladatok.....	68
2.1.2. Feladatok	73
2.2. Üzemviteli kérdések.....	80
2.2.1. Mintafeladatok.....	80
2.2.2. Feladatok	93
3. LABORATÓRIUMI MÉRÉSEK.....	101
3.1. Csővezeték hidraulikus ellenállása.....	103
3.1.1. Feladatok	107
3.2. Térfogatáram mérés nyomáskülönbség mérés alapján.....	107
3.2.1. Feladatok	109
3.3. Lamináris áramlás szűk résekben. Részáram mérés	109
3.3.1. Feladatok	111
3.4. Mérések szélszatórnában.....	111
3.4.1. Feladatok	117
3.5. Örvényszivattyú kagylódiagramjának felvétele	119
4. Eredménytár	123
5. Függelék.....	129
6. Felhasznált irodalom	149

**A jegyzetben szereplő fontosabb fizikai-, és műszaki mennyiségek
jelölése és mértékegységei**

A mennyiség		A mértékegység		
neve	jele	SI		más használatos nem SI-egység
		egysége	megengedett decimális többszörösei	
Tömeg	m	kg	–	kps ² /m; kps ² /cm
Hosszúság	l (L; b)	m	dm; cm; mm	–
Elmozdulás, vastagság	s (x)			
Magasság egy vonatkoztatási szinttől	z (h; H)			
Sugár	r			
Hidraulikai sugár	r'			
Átmérő	d (D)			
Excentricitás	e			
Rad. részméret	δ			
Szállítómagasság, esés magasság	H			
Érdességi mérőszám	k	m	mm	–
Idő	t	sec	–	perc [min]; óra [h]
Terület, felület, keresztmetszet	A	m ²	dm ² ; cm ² ; mm ²	–
Térfogat	V	m ³	dm ³ ; cm ³ ; mm ³	–

A mennyiség		A mértékegység		
neve	jele	SI		más használatos nem SI-egység
		egysége	megengedett decimális többszörösei	
Fajtérfogat	v	m^3/kg	$\text{dm}^3/\text{kg};$ cm^3/g	–
Sebesség	$v(c; u; w)$	m/s	–	–
Hangsebesség	a			
Szög	$\alpha; \beta; \delta$	rad	–	fok $[^\circ]$
Szögseb., körfrekv.	ω	rad/s	–	–
Gyorsulás	a	m/s^2	–	–
Nehézségi gyorsulás	g			
Sűrűség	ρ	kg/m^3	$\text{kg/dm}^3;$ g/cm^3	–
Erő	$F; S$	N	daN	kp
Súly	G			
Forgatónyomaték	T	Nm	$\text{Ncm}; \text{daNcm}$	kpm
Nyomás	p	$\text{Pa} = \text{N/m}^2$	$\text{N/cm}^2;$ $\text{daN/cm}^2; \text{bar}$	kp/cm^2
Nyomáskülönbség	Δp			
Rugalmassági modulus	E			
Csúsztató feszültség	τ			
Feszültség	ζ			
Összenyomhatósági tényező	β	$\frac{1}{\text{Pa}}$	$\text{cm}^2/\text{N};$ $\text{cm}^2/\text{daN};$ $1/\text{bar}$	cm^2/kp
Hidraulikus ellenállás	R_h	Ns/m^5	–	–
Hidraulikus kapacitás	C_h	m^5/N	–	–

A mennyiség		A mértékegység		
neve	jele	SI		más használatos nem SI-egység
		egysége	megengedett decimális többszörösei	
Hidraulikus induktivitás	L_h	kg/m^4	–	–
Teljesítmény	P	W	kW	mkp/s; LE
Munka, energia	W	J	kJ	mkp
Potenciál	U	m^2/s^2	cm^2/s^2	–
Cirkuláció	Γ	m^2/s	cm^2/s	–
Perdület	K			
Hőmérséklet	v (T)	K	–	°C
Gázállandó	R	J/kp·K	–	J/kg·°C; kcal/kg·°C
Fajhő	c (c_v ; c_p)	J/kg·K	–	J/kg·°C; kcal/kg·°C
Térfogatáram	q_v	m^3/s	cm^3/s	$\text{dm}^3/\text{min.}$
Tömegáram	q_m	kg/s	–	–
Dinamikai viszkozitás	η	Pa·s	–	cP; kps/ m^2
Kinematikai viszkozitás	ν	m^2/s	St = cm^2/s	–
Viszkozitás egyezményes egysége	E	–	–	°E
Fordulatszám	n	1/s	–	1/min
Jellemző fordulatszám	n_q	$\frac{\text{m}^{3/4}}{\text{s}^{3/2}}$	–	–
	n_q'	–		
Hatásfok	η	–	–	%

A mennyiség		A mértékegység		
neve	jele	SI		más használatos nem SI-egység
		egysége	megengedett decimális többszörösei	
Csősurlódási tényező	λ	–	–	–
Perdületapadási tényező				
Reynolds-szám	R_e	–	–	–
Helyi ellenállások ellenállástényezője	ξ	–	–	–
Konstrukciós tényező	α	–	–	–
Sebesség tényező	φ			
Átfolyási szám	μ	–	–	–
Mach-szám	M	–	–	–
Kavitációs szám	ζ	–	–	–

Az SI és a műszaki mértékrendszer közötti összefüggések

Mennyiség	Mértékrendszer	
	SI	műszaki
Erő	1N = 0,101972 kp	1 kp = 9,80665 N
Munka, energia	1 J = 0,101972 mkp	1 mkp = 9,80665 J
Teljesítmény	1W = 0,101972 mkp/s	1 mkp/s = 9,80665 W

Teljesítmény (hőáram) egységek átszámítása

	W=J/s=Nm/s	mkp/s	LE	kcal/h
1W	1	0,10197	1359,6	0,85958
1 mkp/s	9,80665	1	0,01333	8,4337
1LE	735,499	75	1	632,44
1kcal/h	1,163	0,11857	1,58125·10 ³	1

Nyomásegységek átszámítása

	N/m ²	at	torr	bar	atm
1 N/m ²	1	1,01972·10 ⁻⁵	7,50062·10 ⁻³	10 ⁻⁵	0,986923·10 ⁻⁵
1 at	9,80665·10 ⁴	1	735,559	0,9806650	0,967841
1 torr	133,3224	1,35951·10 ⁻³	1	1,333224·10 ⁻³	1,3158·10 ⁻³
1 bar	10 ⁵	1,01972	750,062	1	0,986923
1 atm	1,01325·10 ⁵	1,033227	760,0	1,01325	1

Megjegyzés: 1 bar = 10⁶ dyn/cm² = 10 N/cm² = 1 daN/cm² = 10⁵ N/m² = 10⁵ Pa

1 kp/cm² = 9,81 N/cm² = 0,98 · 10⁵ N/m²

Fajhőegységek átszámítása:

$$1 \text{ kcal/kg} \cdot ^\circ\text{C} = 4,186 \cdot 10^3 \text{ Ws/kg} \cdot ^\circ\text{C} = 4,186 \cdot 10^3 \text{ J/kg} \cdot ^\circ\text{C} = 4,186 \cdot 10^3 \text{ m}^2/\text{s}^2 \cdot ^\circ\text{C}$$

A mértékegységek többszörösei és jelölése a tízes számrendszerben

Jelölés	Előtag (prefixum)	Szorító tényező
a	atto	10^{-18}
f	femto	10^{-15}
p	piko	10^{-12}
n	nano	10^{-9}
μ	mikro	10^{-6}
m	milli	10^{-3}
c	centi	10^{-2}
d	deci	10^{-1}
da	deka	10^1
h	hekto	10^2
k	kilo	10^3
M	mega	10^6
G	giga	10^9
T	tera	10^{12}

Példák: 1 MW = 1 megawatt = 10^6 watt

1 kJ = 1 kilojoule = 10^3 J

1 MPa = 1 megapascal = 10^6 Pa

Előszó

A példatár tematikája az Áramlástan és Áramlástechnikai gépek c. jegyzet anyagához kapcsolódva a tantermi- és laboratóriumi gyakorlatok anyagát tartalmazza.

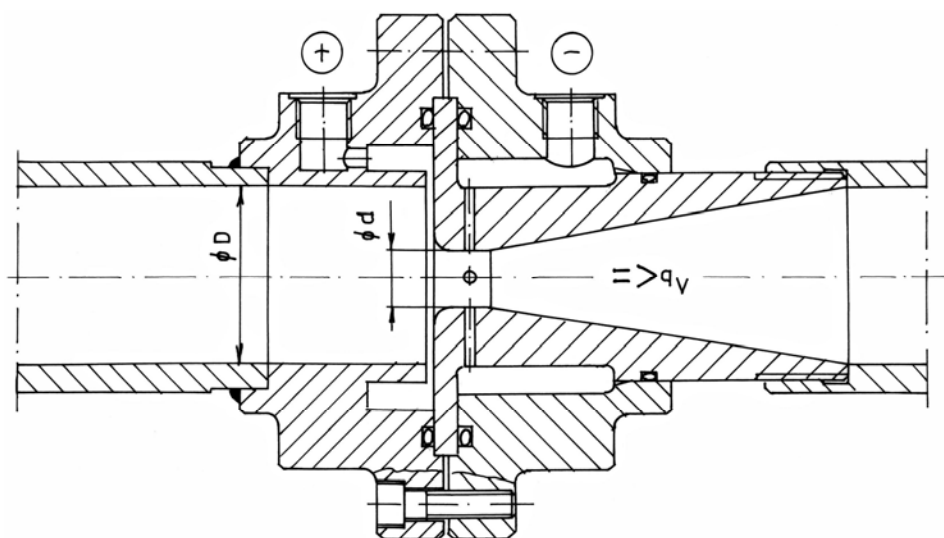
Célja többretű, egyrészt az előadásokon megismert és levezetett elméleti összefüggések számpéldákon keresztüli gyakorlati alkalmazásának bemutatása, másrészt az áramlástechnikai gépek kiválasztásának, rendszerhez illesztésének (munkapont) és gazdaságos üzemvitelének ismertetése, s ezen keresztül a műszaki szemlélet kifejtésének elősegítése.

A példatár kidolgozott példái és feladatai a jegyzet egyes fejezeteinek megfelelő sorrendben kerülnek tárgyalásra. Minden egyes fejezet előljáróban tartalmazza néhány, arra a területre jellemző példa számszerű, részletes kidolgozását, majd az ismeretanyag elsajátításához feltétlen szükséges további feladatanyagot. Az egyéni munka ellenőrzését kívánja elősegíteni az eredménytár, mely a gyakorló feladatok végeredményeit tartalmazza. A laboratóriumi gyakorlatok célja az alapvető áramlástechnikai mérések bemutatása és gyakorlása. A függelék néhány általános táblázat mellett, elsősorban az áramlástechnikai gépek kiválasztásához, üzemviteli problémáinak a tárgyalásához szükséges műszaki adatokat és jelleggörbéket tartalmazza.

Budapest, 2006. április

Szerzők

1. ÁRAMLÁSTAN



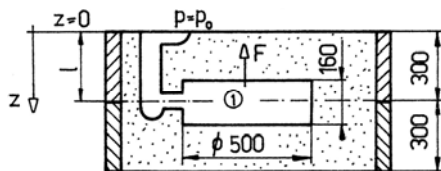
1.1. Az ideális folyékony közeg áramlása

1.1.1. Hidrosztatika. A nyugvó folyadék egyensúlya

1.1.1.1. Mintafeladatok

M1.1. Mekkora erő igyekszik a vázolt homokforma (1. ábra) tetejét felemelni, ha az olvadt fém sűrűsége:

$$\rho = 7,3 \cdot 10^3 \text{ [kg/m}^3\text{]}$$



1. ábra

A nyomás változása nehézségi erőter esetén a térerő irányában:

$$p = \rho \cdot g \cdot z + \text{áll}$$

Ahol az **állandó** értéke a $z = 0$ ekvipotenciális felülethez tartozó értékekből határozható meg, azaz:

$$p_0 = \rho \cdot g \cdot 0 + \text{áll.} \rightarrow \text{állandó} = p_0$$

A biztonság okáért célszerű a forma felezősíkjában ① fellépő nyomással számolni, azaz $z = 1$, tehát:

$$p_1 = \rho \cdot g \cdot 1 + p_0$$

Ebből:

$$p_1 - p_0 = \rho \cdot g \cdot 1 = 7300 \cdot 9,81 \cdot 0,3 = 21484 \text{ [N/m}^2\text{]}$$

A keresett erő pedig:

$$F = (p_1 - p_0) \cdot A = 21484 \cdot 0,198 = \mathbf{4253,83 \text{ [N]}}$$

ahol

$$A = \frac{0,5^2 \cdot \pi}{4} = 0,198 \text{ [m}^2\text{]}$$

M1.2. Az ábrán (2) szereplő méretek, s a megadott jellemzők esetén mekkora a kémény statikus huzata?

A levegő:

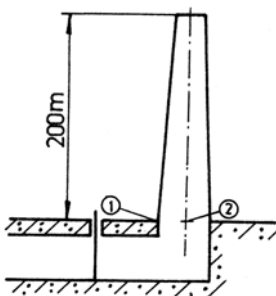
- sűrűsége: $\rho_l = 1,252 \text{ [kg/m}^3\text{]}$
- hőmérséklete: $T_l = 0 \text{ [}^\circ\text{C]}$

A füstgáz:

- hőmérséklete: $T_g = 273 \text{ [}^\circ\text{C]}$
- sűrűsége: $\rho_g = ?$

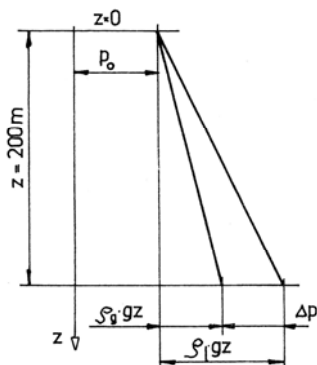
A kémény statikus huzata, a külső nyomás ① és az alul lezárt kémény aljában ② mérhető nyomás különbsége:

$$\Delta p = p_1 - p_2 = p_l - p_g$$



2. ábra

A kémény teteje nyitott lévén, ott a nyomás a külső (levegő) nyomással egyenlő. A kémény tetejétől lefelé a kémény belsejében a nyomás kisebb mértékben nő, mint a szabad levegőn, mert a kéményben a meleg füstgázok sűrűsége ($\rho_g < \rho_l$) kisebb.



3. ábra

A nyomás növekedése a térerő irányában:

- a szabad levegőben: $p_1 = \rho_1 g z + p_0$
- a kémény belsejében: $p_g = \rho_g g z + p_0$

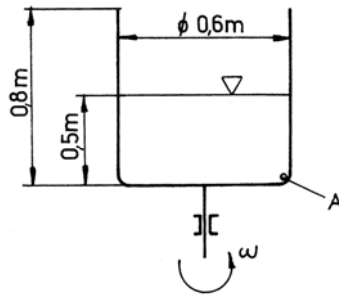
A füstgáz sűrűsége:

$$\rho_g = \rho_1 \cdot \frac{T_1}{T_g} = 1,252 \cdot \frac{273,15}{2 \cdot 273,15} = \frac{1,252}{2} = 0,63 \left[\frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \right]$$

Tehát a statikus huzat:

$$\begin{aligned} \Delta p &= p_1 - p_g = g \cdot z \cdot (\rho_1 - \rho_g) = \\ &= 9,81 \cdot 200 \cdot (1,252 - 0,63) = \mathbf{1220,36 \text{ [N/m}^2\text{]} = 1,22 \text{ [kPa]}} \end{aligned}$$

M1.3. Az ábrán látható edényben a forgatás előtt a víz 0,5 [m] magasan állt. Az edényt meghatározott, állandó szögsebességgel forgatva a nyugalmi folyadékfelszín megváltozik.



4. ábra

Kérdések.

- mekkora szögsebességnél éri el a felszín az edény peremét?
- mekkora a nyomás ez esetben a fenék kerületi (A) pontjában?

A forgómozgás következtében a tömegegységre a nehézségi erőter mellett, a centrifugális erőter is hat. Az eredő erőter potenciája, a két erőter potenciájának skaláris összege, azaz:

$$U = U_1 + U_2 = -\frac{1}{2} \cdot r^2 \cdot \omega^2 - g \cdot z + \text{áll.}$$

Az ekvipotenciális – azaz állandó potenciálú – helyek az

$$\text{áll.} = -\frac{1}{2} \cdot r^2 \cdot \omega^2 - g \cdot z + \text{áll.}$$

összefüggésből nyerhető,

$$z = -\frac{1}{2 \cdot g} \cdot r^2 \cdot \omega^2$$

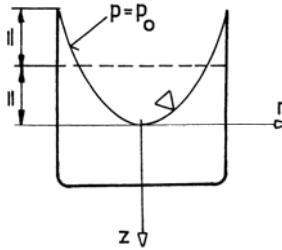
egyenlettel meghatározott forgatási paraboloidok.

A nyomás változása a térerő irányában:

$$p = -\rho \cdot U + \text{áll.} = -\rho \cdot \left(-g \cdot z - \frac{1}{2} \cdot r^2 \cdot \omega^2 \right) + \text{áll.} = \rho \cdot \left(g \cdot z + \frac{1}{2} \cdot r^2 \cdot \omega^2 \right) + \text{áll.}$$

A nyomás nagysága a szabad folyadékfelszín tetszőleges pontjában:

$$p_0 = \rho \left(g \cdot z + \frac{1}{2} \cdot r^2 \cdot \omega^2 \right) + p_0 \rightarrow g \cdot z + \frac{1}{2} \cdot r^2 \cdot \omega^2 = 0$$



5. ábra

A koordinátarendszer kezdőpontját a forgási paraboloid felszínének tengelypontjába (5. ábra) helyezve, az edény permének koordinátái a következő gondolatmenet alapján adódnak:

- a forgási paraboloid térfogata fele az ugyanazon átmérőjű és magasságú henger térfogatának. Így a nyugvó folyadékfelszínhez képest a középpont lesüllyedése és a kerületi pont felemelkedése egyenlő, azaz: $r = 0,3$ [m], $z = -0,6$ [m]

Ezek figyelembe vételével a szögsebesség:

$$\omega = \left[-2 \cdot \frac{g \cdot z}{r^2} \right]^{\frac{1}{2}} = \left[-2 \cdot \frac{9,81 \cdot (-0,6)}{0,3^2} \right]^{\frac{1}{2}} = 11,4 \text{ [1/s]}$$

A nyomás a fenék külső kerületén az „A”-pont koordinátáinak figyelembe vételével: $r = 0,3 \text{ [m]}$, $z = 0,2 \text{ [m]}$.

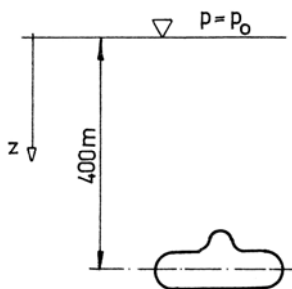
$$\begin{aligned} p_A &= \rho \left(g \cdot z + \frac{1}{2} \cdot r^2 \cdot \omega^2 \right) + p_0 = 998,2 \cdot \left(9,81 \cdot 0,2 + \frac{1}{2} \cdot 0,3^2 \cdot 11,4^2 \right) + p_0 = \\ &= 7797,94 \text{ [N/m}^2\text{]} + p_0 = 7,8 \text{ [kPa]} + p_0 \end{aligned}$$

1.1.1.2. Feladatok

F1/1. Mekkora nyomás hat a 400 [m] mélyre merült tengeralattjáróra (6. ábra)

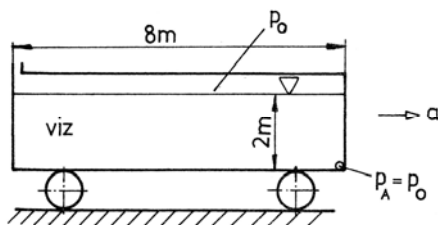
Adott:

- a környezeti nyomás: $p_0 = 10^5 \text{ [Pa]}$
- a víz sűrűsége: $\rho = 999,7 \text{ [kg/m}^3\text{]}$



6. ábra

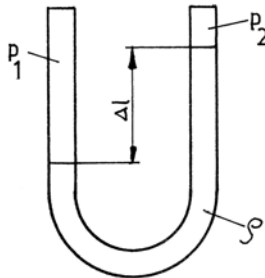
F1/2. A 7. ábrán szereplő méretekkel rendelkező vízszintesen gyorsuló tartály „A” pontjában, mekkora gyorsulás esetén egyezik meg a nyomás a környezeti nyomással ($p_A = p_0$)? A víz sűrűsége: $\rho = 998,2 \text{ [kg/m}^3\text{]}$



7. ábra

F1/3. Milyen értékű a 8. ábrán látható U = csöves manométerben levő folyadék sűrűsége, ha $\Delta p = p_1 - p_2 = 22$ [kPa] nyomáskülönbséghez tartozó szintkülönbség:

$$\Delta l = 16,2 \text{ [cm]}$$

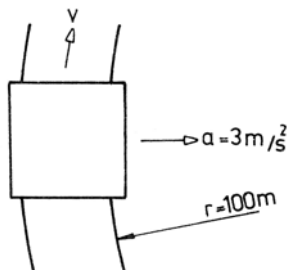
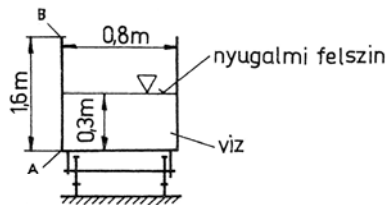


8. ábra

F1/4. A 9. ábrán látható tartálykocsira a kanyarban való haladáskor $3 \text{ [m/s}^2\text{]}$ centripetális gyorsulás hat.

- milyen magasra emelkedik a vízszint az „A – B” oldalon?
- az $r = 100$ [m] sugarú pályán mekkora sebességnél (v) éri el a vízszint a kocsiperemét (B pont)?

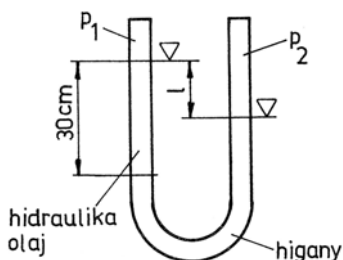
A víz sűrűsége: $\rho = 998,2 \text{ [kg/m}^3\text{]}$



9. ábra

F1/5. Mekkora a 10. ábrán látható U-csöves manométerben a folyadékfelszínek szintkülönbsége (l), ha az adatok a következők:

$$\begin{aligned} p_1 &= 2,03 \cdot 10^5 \text{ [Pa]}, & \rho_0 &= 900 \text{ [kg/m}^3\text{]} \\ p_2 &= 2 \cdot 10^5 \text{ [Pa]}, & \rho_{\text{Hg}} &= 13,6 \cdot 10^3 \text{ [kg/m}^3\text{]} \end{aligned}$$



10. ábra

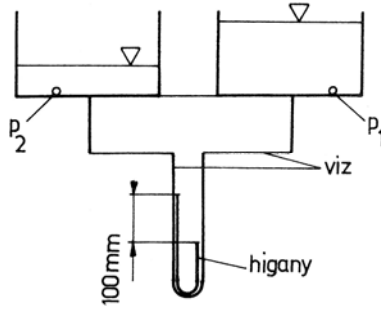
F1/6. A 460 [mm] oldalhosszúságú, négyzetes hasáb alakú kokillát daru mozgatja vízszintes irányban. Mekkora lehet a kokilla maximális gyorsulása, hogy a perem alatt – nyugalmi állapotban – 120 [mm]-el elhelyezkedő fémolvadék – felszín ne lépje túl a kokilla peremét? A fémolvadék sűrűsége: $\rho = 7,3 \cdot 10^3 \text{ [kg/m}^3\text{]}$.

F1/7. Az előbbi feladatban szereplő kokillát az öntödéből sínen gördülő továbbító szerkezet viszi el. A vízszintes sín pár maximális görbületi sugara: $r = 0,22 \text{ [m]}$.

- mekkora a megengedhető legnagyobb szállítási sebesség (a fém nem léphet túl a kokilla peremén)?
- mekkora lehet a legkisebb gördülési sugár a pályán, ha azt 27 [km/ó] szállítási sebességre tervezték?

F1/8. A 11. ábrán vázolt elrendezés mellett mekkora a $p_1 - p_2$ nyomáskülönbség? A sűrűségek:

- víz: 998,2 [kg/m³]
- higany: $13,6 \cdot 10^3 \text{ [kg/m}^3\text{]}$

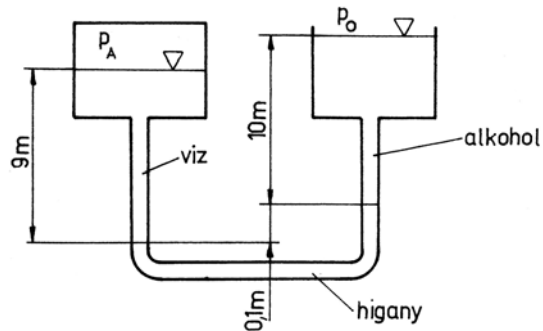


11. ábra

F1/9. A vázolt elrendezés mellett (12. ábra), mennyi a $p_A - p_o$ nyomáskülönbség?

A sűrűségek:

- víz: $998,2 \text{ [kg/m}^3\text{]}$
- alkohol: $800 \text{ [kg/m}^3\text{]}$
- higany: $13,6 \cdot 10^3 \text{ [kg/m}^3\text{]}$



12. ábra

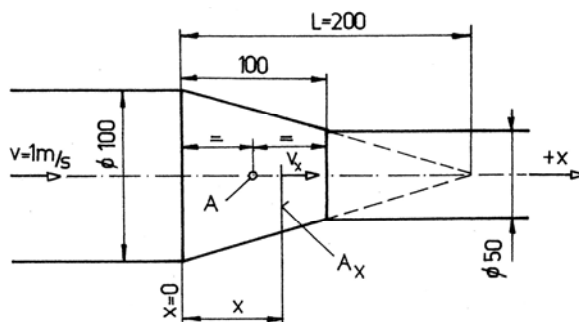
F1/10. Az 1500 [kg] mozgó tömegű 200 [mm] átmérőjű víznyomásos emelőben mozgatáskor 5000 [N] súrlódási erő ébred. Mekkora terhet lehet emelni, ha a víznyomás $2,5 \text{ [MPa]}$ túlnyomás?

1.1.2. Az áramló folyékony közeg egyensúlya. Kinematika. A folytonosság tétele

1.1.2.1. Mintafeladatok

M1.4. A 13. ábrán szereplő méretekkel rendelkező konfúzor „A” pontjában mekkora a folyadék gyorsulása?

Az áramlás stacionárius, továbbá: $v_y = v_z = 0$



13. ábra

Egydimenziós áramlásra szorítkozva, a folyadék gyorsulása:

$$a_x = \frac{dv_x}{dt} = v_x \cdot \frac{dv_x}{dx} + v_y \cdot \frac{dv_x}{dy} + v_z \cdot \frac{dv_x}{dz} = v_x \cdot \frac{dv_x}{dx}$$

A $v_x = f(x)$ függvénykapcsolat a kontinuitás tételének felhasználásával fejezhető ki:

$$A \cdot v = A_x \cdot v_x \rightarrow v_x = v \cdot \frac{A}{A_x}$$

Az $\frac{A}{A_x}$ hányados a Cavallieri-elv (a szeletek aránya egyenlő a magasságok négyzetének arányával) segítségével írható fel, amely a 13. ábra alapján:

$$\frac{A}{A_x} = \left(\frac{L}{L-x} \right)^2$$

Így a sebességfüggvény:

$$v_x = v \cdot \frac{A}{A_x} = v \cdot \frac{L^2}{(L-x)^2} = v \cdot L^2 (L-x)^{-2}$$

Képezve a sebesség útmenti deriváltját:

$$\frac{dv_x}{dx} = \frac{d}{dx} [v \cdot L^2 (L-x)^{-2}] = -2 \cdot v \cdot L^2 \cdot \frac{1}{(L-x)^3} \cdot (-1) = \frac{2 \cdot v \cdot L^2}{(L-x)^3}$$

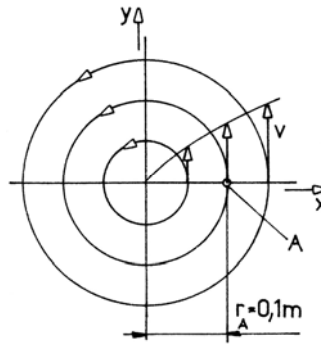
Ezzel a gyorsulás-függvény:

$$a_x = \frac{dv_x}{dt} = v_x \cdot \frac{dv_x}{dx} = v \cdot \frac{L^2}{(L-x)^2} \cdot 2 \cdot v \cdot \frac{L^2}{(L-x)^3} = \frac{2 \cdot v^2 \cdot L^4}{(L-x)^5}$$

Értéke pedig az „A” pontban:

$$a|_{x=0,05 \text{ [m]}} = \frac{2 \cdot 1^2 \cdot 0,2^4}{(0,2 - 0,05)^5} = 42,1 \left[\frac{\text{m}}{\text{s}^2} \right].$$

M1.5. A 14. ábrán látható áramképpel rendelkező síkáramlás „A” pontjában mekkora a rotáció értéke: $\text{rot } \vec{v}|_A$, ha $v = 10 \cdot r^{1/2}$.



14. ábra

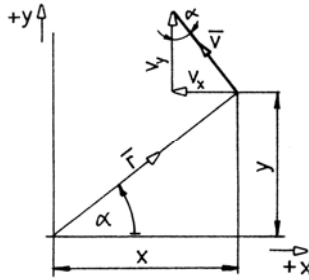
Az „z” tengely körüli rotáció:

$$\text{rot } \vec{v}_z = \frac{\partial v_y}{\partial x} - \frac{\partial v_x}{\partial y}.$$

A síkáramlás sebesség összetevői a 15. ábra alapján:

$$v_x = -v \sin \alpha; \text{ ahol } \sin \alpha = \frac{y}{r}$$

$$v_y = v \cos \alpha; \text{ ahol } \cos \alpha = \frac{x}{r}$$



15. ábra

Tehát

$$v_x = -v \cdot \frac{y}{r} = -10 \cdot r^{1/2} \cdot \frac{y}{r} = -10 \cdot y \cdot \frac{r^{1/2}}{r}$$

$$v_y = -v \cdot \frac{x}{r} = -10 \cdot r^{1/2} \cdot \frac{x}{r} = -10 \cdot x \cdot \frac{r^{1/2}}{r}$$

A számlálók gyöktelenítése, továbbá az $r = [x^2 + y^2]^{1/2}$, és $r^{1/2} = [x^2 + y^2]^{1/4}$ figyelembevételével:

$$v_x = -\frac{10 \cdot y}{[x^2 + y^2]^{1/4}}; \quad v_y = -\frac{10 \cdot x}{[x^2 + y^2]^{1/4}}.$$

Képezve a sebességfüggvények deriváltjait:

$$\frac{\partial v_x}{\partial y} = -10 \cdot \frac{1 \cdot [x^2 + y^2]^{1/4} - \frac{1}{4} \cdot y \cdot [x^2 + y^2]^{-3/4} \cdot 2 \cdot y}{[x^2 + y^2]^{1/2}}$$

$$\frac{\partial v_y}{\partial x} = 10 \cdot \frac{1 \cdot [x^2 + y^2]^{1/4} - \frac{1}{4} \cdot x \cdot [x^2 + y^2]^{-3/4} \cdot 2 \cdot x}{[x^2 + y^2]^{1/2}}.$$

Majd az „A” pont koordinátáinak $x = 0,1$; $y = 0$ – behelyettesítése után:

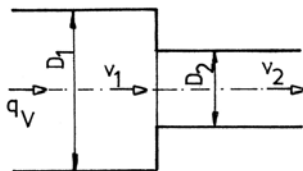
$$\frac{\partial v_x}{\partial y} = -100 \cdot (0,1)^{1/2}; \quad \frac{\partial v_y}{\partial x} = 50 \cdot (0,1)^{1/2}.$$

Ezekkel a rotáció értéke az „A” pontban:

$$\overline{\text{rot } \mathbf{v}_z|_A} = \frac{\partial v_y}{\partial x} - \frac{\partial v_x}{\partial y} = 50 \cdot (0,1)^{1/2} + 100 \cdot (0,1)^{1/2} = 150 \cdot (0,1)^{1/2} = 47,43 \left[\frac{1}{s} \right]$$

M1.6. A következő adatok ismeretében határozza meg az átlagsebességeket.

$$D_1 = 22 \text{ [mm]}, D_2 = 10 \text{ [mm]}, q_r = 0,2 \cdot 10^{-3} \text{ [m}^3/\text{s]}$$



16. ábra

Felírva a kontinuitás egyenletét

$$q_v = A_1 v_1 = A_2 v_2 = \text{áll.}$$

$$v_1 = \frac{q_v}{A_1} = \frac{0,2 \cdot 10^{-3}}{3,8 \cdot 10^{-4}} = 10 \cdot \frac{0,2}{3,8} = \mathbf{0,05 \text{ [m/s]}}$$

$$v_2 = \frac{q_v}{A_2} = \frac{0,2 \cdot 10^{-3}}{0,785 \cdot 10^{-4}} = 10 \cdot \frac{0,2}{0,785} = \mathbf{2,55 \text{ [m/s]}}$$

ahol

$$A_1 = \frac{\pi}{4} \cdot D_1^2 = \frac{\pi}{4} \cdot 2,2^2 \cdot 10^{-4} = 3,8 \cdot 10^{-4} \text{ [m}^2\text{]}$$

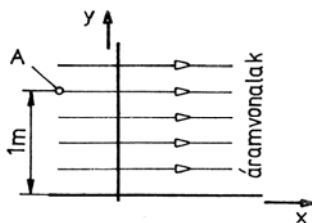
$$A_2 = \frac{\pi}{4} \cdot D_2^2 = \frac{\pi}{4} \cdot 1^2 \cdot 10^{-4} = 0,785 \cdot 10^{-4} \text{ [m}^2\text{]}$$

1.1.2.2. Feladatok

F1/11. Instacionárius síkáramlásról lévén szó (17. ábra), mekkora az „A” pontban a $t = 0,5 \text{ [s]}$ időpillanatban a lokális – és a konvektív gyorsulás?

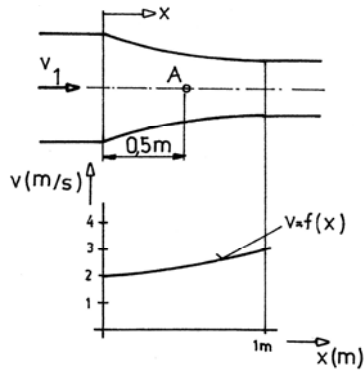
A sebesség komponensek:

$$v_x = 5 \cdot y \cdot t^2, v_y = 0$$



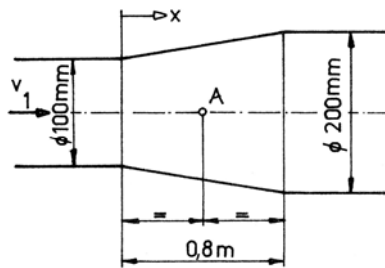
17. ábra

F1/12. A 18. ábra szerinti konfuzor „A” pontjában mekkora a konvektív gyorsulás, ha $v = f(x) = 2 + x^2$, és $\rho = \text{áll.}$



18. ábra

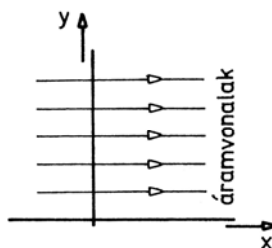
F1/13. Mekkora a 19. ábra szerinti diffúzor „A” pontjában a konvektív gyorsulás, ha $v = 15 \text{ [m/s]}$ és $\rho = \text{áll.}$



19. ábra

F1/14. Síkáramlásról lévén szó, ábrázolja a $v_x = f(y)$ sebességfüggvényt, $y = 0$ és $v_x = 0$ feltételekkel, ha:

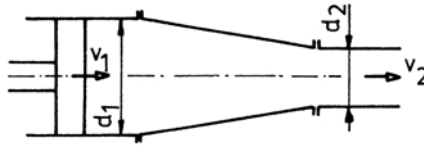
$$\text{rot } \overline{v_z} = 1,5 \left[\frac{1}{\text{s}} \right]$$



20. ábra

F1/15. A 21. ábrán szereplő kézifecskendő méretei: $d_1 = 8$ [cm]; $d_2 = 2$ [cm]

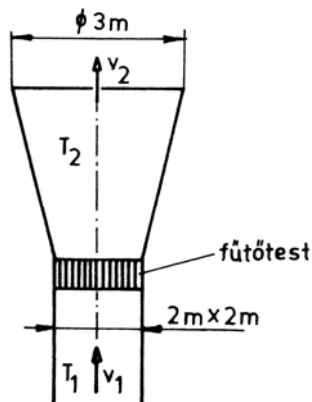
- mekkora a v_2 , ha a dugattyú $v_1 = 0,12$ [m/s] sebességgel mozog?
- mekkora a térfogatáram (q_v)?



21. ábra

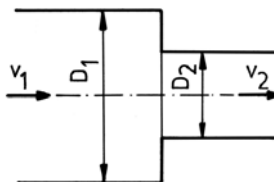
F1/16. A 22. ábrán látható fűtött csőben levegő áramlik. A jelölt keresztmetszetekben határozza meg az áramlási sebességeket (v_1 ; v_2), a nyomás megváltozásától tekintsen el.

Adott: $q_{v1} = 35$ [m³/s]; $T_1 = 20$ [°C]; $T_2 = 80$ [°C]



22. ábra

F1/17. Határozza meg az ábrán látható csőszakaszban a térfogatáram (q_v) értékét, valamint a D_2 csőátmérőt, ha az egyes keresztmetszetekben az átlagsebességek: $v_1 = 0,5$ [m/s]; $v_2 = 1,5$ [m/s]; és $D_1 = 1,8$ [cm].

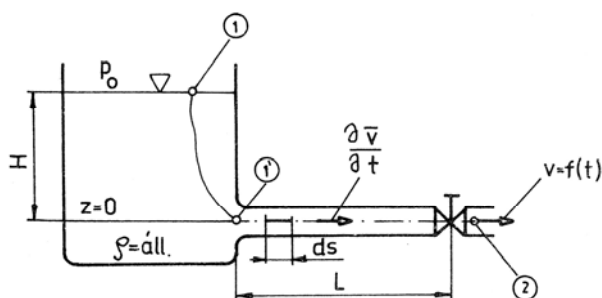


23. ábra

1.1.3. Az energia megmaradás tétele. Bernoulli egyenlet és alkalmazásai

1.1.3.1. Mintafeladatok

M1.7. Instacionárius kiáramlás tartályból. Csatlakozzék a tartály kifolyónyílásához (24. ábra) egy „L” hosszúságú, a kifolyónyílással azonos keresztmetszetű cső, melynek a végén elzárócsap van. Kérdés, hogy az elzárócsap hirtelen kinyitása esetén hogyan növekszik az áramlási sebesség zérusról a $v = f(t)$ értékre?



24. ábra

Felírva az összenyomhatatlan közeg instacionárius áramlására érvényes Bernoulli-egyenletet az áramvonal (1-2) pontjaira:

$$\int_1^2 \frac{\partial \bar{v}}{\partial t} \cdot d\bar{s} + \left[\frac{v^2}{2} + U + \frac{p}{\rho} \right]_1^2 = 0$$

Az áramvonal két pontjában az összetartozó adatok:

① pont

$$v_1 = 0$$

$$p_1 = p_0$$

$$U_1 = gH$$

② pont

$$v_2 = f(t)$$

$$p_2 = p_0 \text{ (a szabadsugár miatt)}$$

$$U_2 = 0$$

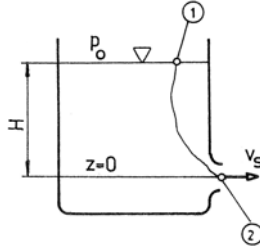
Megjegyzés: az ① pontig a keresztmetszetek nagyságrendi eltérése miatt az áramlási sebesség zérus.

Az egyenlet első tagját kifejtve: $\int_1^2 \frac{\partial \bar{v}}{\partial t} \cdot d\bar{s} = \left| \frac{d\bar{v}}{dt} \right| \cdot \int_1^2 |d\bar{s}| = \frac{dv}{dt} \cdot L.$

Ezzel a Bernoulli-egyenlet a következő alakot veszi fel:

$$\frac{dv}{dt} \cdot L + \frac{v^2}{2} - g \cdot H = 0$$

Ahol a $g \cdot H$ érték jellemezhető a stacionárius kiömlési sebességgel. Felírva az áramvonal (1-2) pontjaira a Bernoulli-egyenletet (25. ábra)



25. ábra

$$\frac{v_1^2}{2} + g \cdot H + \frac{p_0}{\rho} = \frac{v_s^2}{2} + 0 + \frac{p_0}{\rho}$$

A $v_1 \sim 0$ volta miatt: $v_s = [2 \cdot g \cdot H]^{1/2} \rightarrow g \cdot H = \frac{v_s^2}{2}$

Visszatérve az előző egyenlethez, írható:

$$\frac{dv}{dt} \cdot L + \frac{v^2}{2} - \frac{v_s^2}{2} = 0$$

Majd rendezve: $\frac{dv}{dt} = \frac{1}{2 \cdot L} (v_s^2 - v^2)$.

Ez egy szétválasztható változójú differenciálegyenlet. A változókat szétválasztva, majd integrálva:

$$\int \frac{dv}{v_s^2 - v^2} = \frac{1}{2 \cdot L} \int dt$$

Egyelőre, csak a baloldali integrállal törődve, az a következőképpen alakítható át:

$$\int \frac{dv}{v_s^2 - v^2} = \frac{1}{v_s} \int \frac{d\left(\frac{v}{v_s}\right)}{1 - \left(\frac{v}{v_s}\right)^2}$$

Legyen az egyszerűség és a felismerhetőség miatt $\frac{v}{v_s} = y$, így

$$\int \frac{dy}{1 - y^2} = \operatorname{arth} y \text{ alapintegrál adódik.}$$

Ezzel a differenciálegyenlet megoldása:

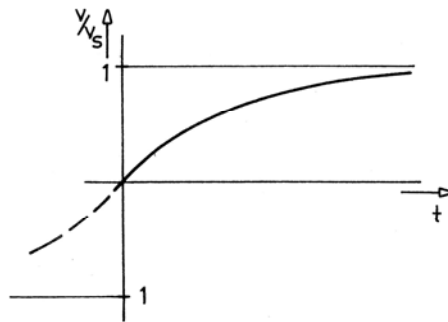
$$\frac{1}{v_s} \cdot \operatorname{arth} \cdot \frac{v}{v_s} = \frac{t}{2 \cdot L} + \text{áll.}$$

Az integrálási állandó az összetartozó kezdeti feltételpárból határozható meg: $t = 0, v = 0$

$$\text{Ezzel: } \frac{1}{v_s} \cdot \operatorname{arth} 0 = \frac{0}{2 \cdot L} + \text{áll.} \rightarrow \text{áll.} = 0$$

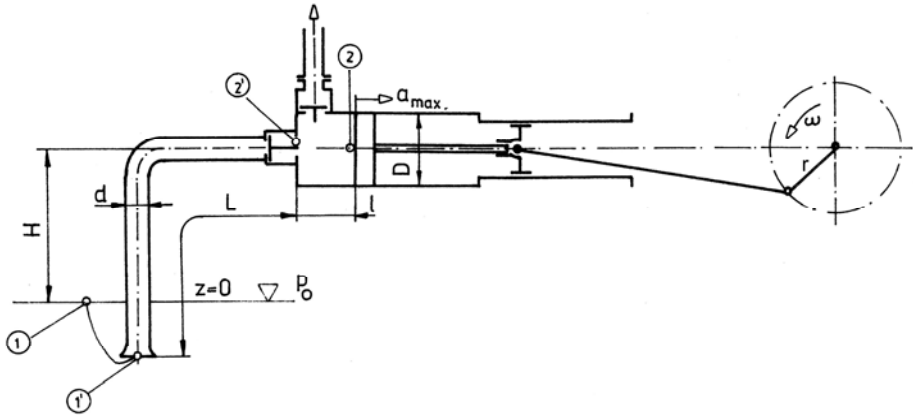
$$\text{Tehát: } \frac{1}{v_s} \cdot \operatorname{arth} \cdot \frac{v}{v_s} = \frac{t}{2 \cdot L} \rightarrow \frac{v}{v_s} = \operatorname{th} \cdot \frac{v_s}{2 \cdot L} \cdot t = f(t)$$

A $\frac{v}{v_s} = f(t)$ függvény a 26. ábrán látható.



26. ábra

M1.8. A 27. ábrán látható forgattyús hajtóművel hajtott dugattyús szivattyú vizet szállít. Mekkora lehet a dugattyú gyorsulása, hogy a víz ne szakadjon le a dugattyúról, azaz ne lépjen fel kavitációs üzemállapot?



27. ábra

Adatok:	$D = 70 \text{ [mm]}$	$H = 4 \text{ [m]}$
	$d = 30 \text{ [mm]}$	$p_g = 1226 \text{ [Pa]}$
	$L = 10 \text{ [m]}$	$\rho = 999,7 \text{ [kg/m}^3\text{]}$
	$l = 2 \cdot r = 0,01 \text{ [m]}$	$p_0 = 10^5 \text{ [Pa]}$

Instacionárius áramlásról lévén szó, az áramvonal (1-2) pontjaira felírható Bernoulli-egyenlet a következő:

$$\int_1^2 \frac{\partial v}{\partial t} \cdot ds + \left[\frac{v^2}{2} + U + \frac{p}{\rho} \right]_1^2 = 0$$

Az áramvonal két pontjában az összetartozó adatok:

① pont	② pont
$v_1 = 0$	$v_2 = 0$
$p_1 = p_0$	$p_2 = p_g$
$U_1 = 0$	$U_2 = gH$

Megjegyzés: A forgattyús hajtóműves hajtás miatt a maximális gyorsulás a sebesség zérus értékénél adódik.

Az egyenlet első tagját vizsgálva, annak integrálása szakaszonként elvégezhető:

$$\int_1^l \frac{\partial v}{\partial t} \cdot ds = 0; \int_1^2 \frac{\partial v}{\partial t} \cdot ds = a \cdot L; \int_2^l \frac{\partial v}{\partial t} \cdot ds = a_{\max} \cdot l$$

A fentiek alapján a Bernoulli-egyenlet a következőképpen írható:

$$a \cdot L + a_{\max} \cdot l + \frac{p_g}{\rho} - \frac{p_0}{\rho} + g \cdot H = 0$$

A kontinuitás a gyorsulásokra is érvénye:

$$a \cdot A_1 = a_{\max} \cdot A_2 \rightarrow a = a_{\max} \cdot \frac{A_2}{A_1}$$

ezzel:

$$a_{\max} \cdot \left(\frac{A_2}{A_1} \cdot L + l \right) = \frac{1}{\rho} (p_0 - p_g) - gH$$

Ebből a gyorsulás megengedhető maximális értéke:

$$a_{\max} \leq \frac{\frac{1}{\rho} (p_0 - p_g) - g \cdot H}{\frac{A_2}{A_1} \cdot L + l} = \frac{\frac{1}{999,7} (1 \cdot 10^5 - 1226) - 9,81 \cdot 4}{\left(\frac{7}{3} \right)^2 \cdot 10} \leq 1,12 \left(\frac{\text{m}}{\text{s}^2} \right)$$

A fordulatszám pedig: $a = r \cdot \omega^2 = 4 \cdot r \cdot \pi^2 \cdot n^2$ -ből:

$$n = \left[\frac{a}{4 \cdot r \cdot \pi^2} \right]^{1/2} = \left[\frac{1,12}{4 \cdot 0,005 \cdot \pi^2} \right]^{1/2} = 2,3 \left[\frac{1}{\text{s}} \right] = 143 \left[\frac{1}{\text{min}} \right]$$

ahol

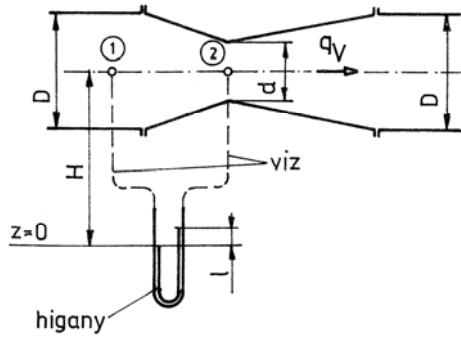
$$\frac{A_2}{A_1} = \left(\frac{D}{d} \right)^2 = \left(\frac{7}{3} \right)^2; \quad l \sim 0, \text{ mert } L \gg l.$$

M1.9. A csővezetékben áramló vízmennyiség mérése Venturi-csővel, s a hozzákapcsolt differenciál-nyomásmérő segítségével történik (28. ábra).

Meghatározandó a térfogatáram (q_v) nagysága.

Adatok: $D = 300$ [mm], $d = 150$ [mm], $l = 0,23$ [m]

Sűrűségek: víz = $999,7$ [kg/m³], higany: $13,6 \cdot 10^3$ [kg/m³]



28. ábra

A térfogatáram a kontinuitás ismert összefüggéséből:

$$q_v = A_2 \cdot v_2$$

A v_2 áramlási sebesség pedig az áramvonal két pontjára felírt Bernoulli-egyenletből (az áramlás stacionárius):

$$\left[\frac{v^2}{2} + U + \frac{p}{\rho} \right]_1 = 0$$

Az áramvonal két pontjában az összetartozó adatok:

① pont

② pont

v_1 ; p_1 ; $U_1 = gH$

v_2 ; p_2 ; $U_2 = gH$

Behelyettesítés, majd rendezés után:

$$p_1 - p_2 = \frac{\rho}{2} (v_2^2 - v_1^2) = \frac{\rho}{2} \cdot v_2^2 \left[1 - \left(\frac{v_1}{v_2} \right)^2 \right]$$

A két sebesség aránya a kontinuitásból:

$$v_1 \cdot A_1 = v_2 \cdot A_2 \rightarrow \frac{v_1}{v_2} = \frac{A_2}{A_1}$$

Ennek felhasználásával a v_2 sebesség:

$$v_2 = \left[\frac{2}{\rho} \cdot \frac{p_1 - p_2}{1 - \left(\frac{A_2}{A_1} \right)^2} \right]^{1/2}$$

Ebben az egyenletben ismeretlen még a $\Delta p = p_1 - p_2$ nyomáskülönbség is, amely a differenciál – nyomásmérő egyensúlyi egyenletéből határozható meg. Ez az egyenlet célszerűen a két folyadék érintkezési felületénél felvett ekvipotenciális felület ($z=0$) segítségével írható fel, s a következő:

$$p_1 + \rho_v g H = \rho_v g (H - l) + \rho_{Hg} g l + p_2$$

Ebből a nyomáskülönbség:

$$p_1 - p_2 = g l (\rho_{Hg} - \rho_v) = 9,81 \cdot 0,23 (13,6 \cdot 10^3 - 999,7) = 28430 \text{ [N/m}^2\text{]}$$

A keresett sebesség pedig:

$$v_2 = \left[\frac{2}{999,7} \cdot \frac{28430}{1 - \left(\frac{1,5}{3}\right)^4} \right]^{\frac{1}{2}} = 7,78 \text{ [m/s]}$$

ahol

$$\left(\frac{A_2}{A_1} \right)^2 = \left(\frac{d}{D} \right)^4 = \left(\frac{1,5}{3} \right)^4$$

A térfogatáram:

$$q_v = A_2 v_2 = 177,6 \cdot 10^{-4} \cdot 7,78 = 0,138 \text{ [m}^3\text{/s]}$$

M1.10. A 29. ábrán látható forgó könyökcső szivattyúként működik. Kiszámítandó a térfogatáram és a cső forgatásához szükséges teljesítmény.

Adatok: $\omega = 25 \text{ [1/s]}$

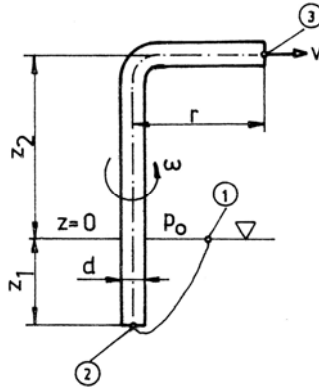
$r = 0,5 \text{ [m]}$

$d = 20 \text{ [cm]}$

$z_2 = 2 \text{ [m]}$

$\rho = 998,2 \text{ [kg/m}^3\text{]}$

A térfogatáram a kontinuitásnak megfelelően: $q_v = A \cdot v$. Az áramlási sebesség a Bernoulli-egyenletből határozható meg, amely most két lépésben írható fel. Az áramvonal (1-2) pontjai között **álló**-, a (2-3) pontok között pedig **forgó** koordinátarendszerben, a centrifugális erőter potenciájának figyelembe vételével. Ugyanis a csővég forgása miatt a jelenség csak így tekinthető stacionáriusnak.



29. ábra

A Bernoulli-egyenlet tehát:

$$\left[\frac{v^2}{2} + U + \frac{p}{\rho} \right]_1 = 0$$

Az áramvonal két pontjában az összetartozó adatok:

① pont

$$v_1 = 0$$

$$p_1 = p_0$$

$$U_1 = 0$$

② pont

$$v_2$$

$$p_2$$

$$U_2 = -g \cdot z_1$$

Behelyettesítés, majd rendezés után:

$$\frac{1}{\rho} (p_0 - p_2) = \frac{v_2^2}{2} - g \cdot z_1$$

Az áramvonal ② és ③ pontjaiban az összetartozó adatok:

② pont

$$v_2$$

$$p_2$$

$$U_2 = -g \cdot z_1$$

③ pont

$$v_3 = v_2 = v$$

$$p_3 = p_0$$

$$U_3 = g \cdot z_2 - \frac{1}{2} \cdot r^2 \cdot \omega^2$$

Behelyettesítés, majd rendezés után:

$$\frac{1}{\rho} (p_0 - p_2) = -g \cdot z_1 - g \cdot z_2 + \frac{1}{2} \cdot r^2 \cdot \omega^2$$

A két kifejtett egyenlet összevetéséből a sebesség:

$$v = v_2 = \left[r^2 \cdot \omega^2 - 2 \cdot g \cdot z_2 \right]^{1/2} = \left[0,5^2 \cdot 25^2 - 2 \cdot 9,81 \cdot 2 \right]^{1/2} = \mathbf{10,8 \left[\frac{m}{s} \right]}$$

A térfogatáram:

$$q_v = A \cdot v = 3,14 \cdot 10^{-4} \cdot 10,8 = \mathbf{33,9 \cdot 10^{-4} \left[\frac{m^3}{s} \right]}$$

ahol

$$A = \frac{\pi}{4} \cdot d^2 = \frac{\pi}{4} \cdot 2^2 \cdot 10^{-4} = 3,14 \cdot 10^{-4} \left[m^2 \right]$$

A forgatáshoz szükséges teljesítményhez meg kell határozni, hogy mennyivel nő a szállított vízmennyiség helyzeti- és mozgási energiája.

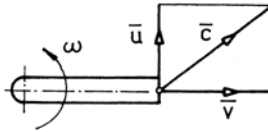
A mozgási energia változása egységnyi tömegre:

$$\frac{c^2}{2} - 0 = \frac{v^2}{2} + \frac{1}{2} \cdot r^2 \cdot \omega^2$$

ahol

c - az abszolút sebesség (30. ábra)

$$c^2 = v^2 + r^2 \omega^2$$



30. ábra

Az energiaváltozási összefüggésben a v^2 értékét behelyettesítve:

$$\frac{-2 \cdot g \cdot z_2 + r^2 \cdot \omega^2 + r^2 \cdot \omega^2}{2} = -g \cdot z_2 + r^2 \cdot \omega^2$$

A helyzeti energia változása szintén egységnyi tömegre:

$$g z_2 - 0 = g z_2$$

Az energiaváltozás tehát:

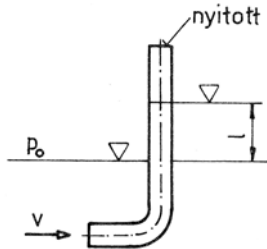
$$-g \cdot z_2 + r^2 \cdot \omega^2 + g \cdot z_2 = r^2 \cdot \omega^2$$

Ezzel a forgatáshoz szükséges teljesítmény:

$$P = \rho \cdot q_v \cdot r^2 \cdot \omega^2 = 998,2 \cdot 33,9 \cdot 10^{-4} \cdot 0,5^2 \cdot 25^2 = \mathbf{529,5 \text{ [W]}}$$

1.1.3.2. Feladatok

F1/18. Egy $v = 5$ [m/s] sebességű vízáramlásba „előre” görbített torlósövet helyeznek (31. ábra). Milyen magasra fog a víz felemelkedni a cső függőleges szárában ($l = ?$)



31. ábra

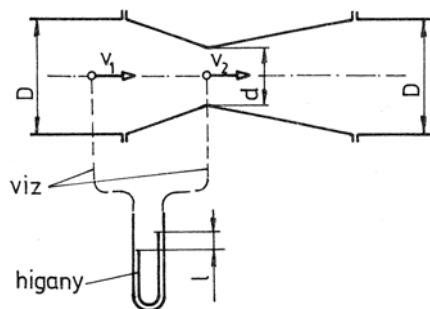
F1/19. A $D = 20$ [cm] átmérőjű vízszintes csőbe épített Venturi-mérő legkisebb átmérője $d = 15$ [cm]

A differenciál-nyomásmérő kitérése: $l = 240$ [mm]

A sűrűségek: víz: $998,2$ [kg/m³]

higany: $13,6 \cdot 10^3$ [kg/m³]

- mekkora a térfogatáram: $q_v = ?$
- miért a konfúzor és miért nem a diffúzor végei közötti nyomáskülönbséget mérik?

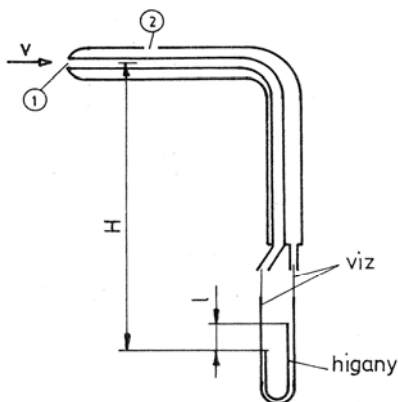


32. ábra

F1/20. Egy csővezetékben a vízáramlás sebességét Prandtl csővel mérik. A Prandtl-cső kivezetéséhez kapcsolt higanyos differenciál-nyomásmérő kitérése: $l = 800$ [mm].

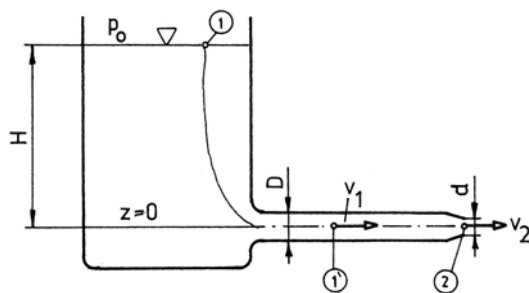
Mekkora a csőben a víz átlagsebessége, ha a sűrűségek a következők:

- víz: $998,2$ [kg/m³], higany: $13,6 \cdot 10^3$ [kg/m³]



33. ábra

F1/21. A 34. ábrán látható igen nagy átmérőjű tartályból a hozzá csatlakozó csővezetéken keresztül víz áramlik a szabadba. A veszteségek elhanyagolhatók és a folyadékszint (H) állandónak tekinthető.

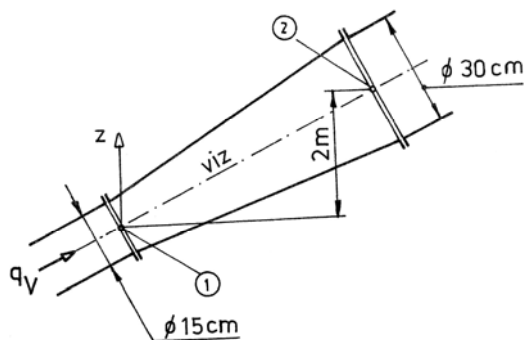


34. ábra

Adatok: $D = 6$ [cm]; $d = 3$ [cm]; $H = 1,5$ [m]; $\rho = 998,2$ [kg/m³]

- mekkora a szabadsugár sebessége, $v_2 = ?$
- mekkora a nyomás a „D” – átmérőjű csőben?
- ábrázolja a folyadék munkavégző képességének változását a kifolyócső mentén.

F1/22. Egy csővezeték részletet tüntet fel a 35. ábra



35. ábra

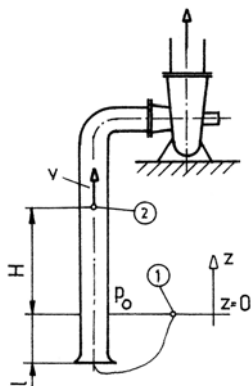
Az ábrán szereplő és a megadott adatok ismeretében határozza meg a ②-es pontban a nyomás értékét.

$$q_v = 0,2 \text{ [m}^3/\text{s]}$$

$$\rho = 998,2 \text{ [kg/m}^3\text{]}$$

$$p_1 = 2,6 \cdot 10^5 \text{ [Pa]}$$

F1/23. A 36. ábrán vázolt elrendezés mellett mekkora nyomás uralkodik az örvényszivattyú szívócsővében a vízszinttől mért $H = 2 \text{ [m]}$ magasságú pontban?



36. ábra

$$v = 2,5 \text{ [m/s]}$$

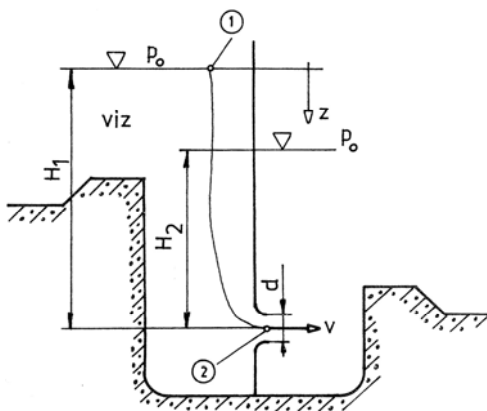
$$l = 0,4 \text{ [m]}$$

$$\rho = 998,2 \text{ [kg/m}^3\text{]}$$

$$p_0 = 10^5 \text{ [Pa]}$$

F1/24. A 37. ábrán látható két vízkamra a választófalba épített jól legömbölyített átfolyónyíláson keresztül közlekedik

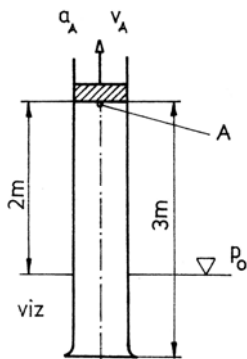
Adatok: $d = 15$ [cm], $H_1 = 4,5$ [m], $H_2 = 3,7$ [m], $\rho = 998,2$ [kg/m³]



37. ábra

- mekkora a térfogatáram, ha a nyílás feletti szintmagasságok a megadottak?
- mekkora az átfolyás sebessége, ha a második kamra üres ($v_2 = ?$)

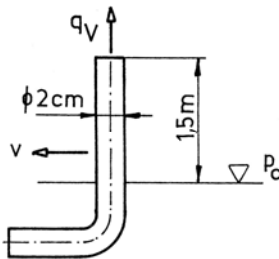
F1/25. A 38. ábrán szereplő és a megadottak ismeretében mekkora lehet a dugattyú gyorsulása, hogy a jelölt „A” pontban a víz homogenitása ne szakadjon meg?



38. ábra

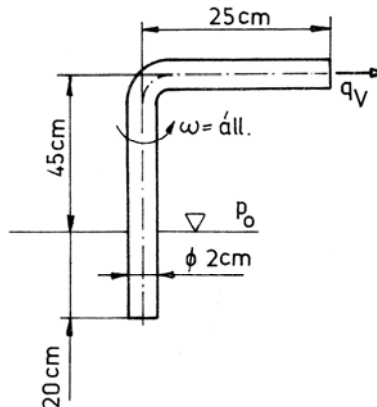
$v_A = 4$ [m/s], $\rho = 998,2$ [kg/m³], $p_0 = 10^5$ [Pa], $p_g = 2335$ [Pa]

F1/26. Mekkora sebességgel (v) kell mozgatni az ábrán látható csövet ahhoz, hogy a térfogatáram $q_v = 3 \cdot 10^{-5} \text{ [m}^3/\text{s]}$ legyen?



39. ábra

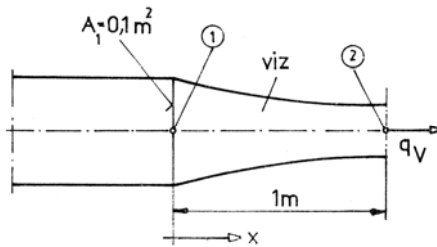
F1/27. Mekkora szögsebességgel (ω) kell forgatni a 40. ábrán látható könyökcsövet ahhoz, hogy a térfogatáram $q_v = 2 \cdot 10^{-4} \text{ [m}^3/\text{s]}$ legyen?



40. ábra

F1/28. A 41. ábrán szereplő csővezetéknel a hengeres részhez egy olyan konfúzor darab csatlakozik, melynek a keresztmetszete a $0 < x < 1$ szakaszon a következő függvény szerint változik:

$$A = f(x) = \frac{A_1}{1+x}.$$



41. ábra

Határozza meg a súrlódás elhanyagolása mellett a $t = 0$ időállapotban a $p_1 - p_2$ nyomáskülönbséget, ha a térfogatáram időbeli változása:

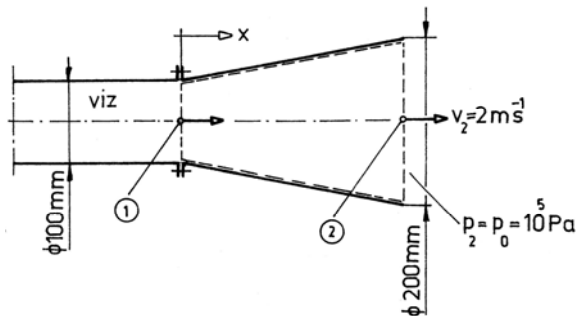
$$\frac{dq_v}{dt} = 1,2 \left[\frac{\text{m}^3}{\text{s}^2} \right]$$

A kezdeti feltételek: $t = 0$; $q_v = 0$. A sűrűség $998,2 \text{ [kg/m}^3]$

1.1.4. Az impulzus tétel és alkalmazásai

1.1.4.1. Mintafeladatok

M1.11. Határozza meg, hogy a 42. ábra szerinti, csővégre szerelt diffúzor esetén, az áramlás milyen erőhatást fejt ki az összefogó csavarokra.



42. ábra

A súrlódási és a súlyerőt elhanyagolva az ellenőrző felületre felírt impulzus tétel a következő:

$$\rho \cdot A_2 \cdot v_2^2 - \rho \cdot A_1 \cdot v_1^2 = - [p_2 \cdot A_2 - p_1 \cdot A_1] + F$$

ahol:

F – a palástfelületen a diffúzor által a folyadéknak átadott erő.

A felírt egyenletben még további két ismeretlen van, a v_1 áramlási sebesség és a p_1 nyomás. Az előbbit a kontinuitásból, az utóbbit pedig a Bernoulli-egyenletből lehet meghatározni.

Felírva a kontinuitást, majd a v_1 -et kifejezve:

$$A_1 \cdot v_1 = A_2 \cdot v_2 \rightarrow v_1 = v_2 \cdot \frac{A_2}{A_1} = 2 \cdot \left(\frac{2}{1}\right)^2 = 8 \left[\frac{\text{m}}{\text{s}}\right]$$

ahol

$$\frac{A_2}{A_1} = \left(\frac{D_2}{D_1}\right)^2$$

Az áramvonal két pontjára (1-2) felírt Bernoulli-egyenletből pedig az ismeretlen p_1 nyomás értéke:

$$\begin{aligned} \frac{v_1^2}{2} + \frac{p_1}{\rho} &= \frac{v_2^2}{2} + \frac{p_2}{\rho} \rightarrow p_1 = p_2 + \frac{\rho}{2}(v_2^2 - v_1^2) = \\ &= 10^5 + \frac{10^3}{2}(2^2 - 8^2) = 7 \cdot 10^4 \left[\frac{\text{N}}{\text{m}^2}\right] \end{aligned}$$

Ezután az impulzus-tételből az ismeretlen F erő:

$$\begin{aligned} F &= \rho (A_2 v_2^2 - A_1 v_1^2) + p_2 A_2 - p_1 A_1 = \\ &= 10^3(31,4 \cdot 10^{-3} \cdot 2^2 - 7,8 \cdot 10^{-3} \cdot 8^2) + 10^5 \cdot 31,4 \cdot 10^{-3} - 7 \cdot 10^4 \cdot 7,8 \cdot 10^{-3} = \\ &= 125,6 - 499,2 + 3140 - 546 = \mathbf{2220,4 \text{ [N]}} \end{aligned}$$

A diffúzort terhelő erő ezzel ellentett értelmű, azaz:

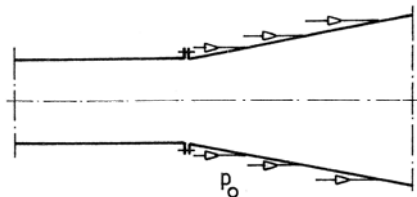
$$F_d = - 2220,4 \text{ [N]}$$

A csavarok terhelésének a meghatározásához figyelembe kell venni a külső nyomásból származó palástra ható erőt is.

$$F_k = A_k p_0 = (A_2 - A_1) p_0 = (31,4 \cdot 10^{-3} - 7,8 \cdot 10^{-3}) \cdot 10^5 = \mathbf{2360 \text{ [N]}}$$

A csavarokat terhelő erő pedig:

$$F_{cs} = F_d + F_k = - 2220,4 + 2360 = \mathbf{139,6 \text{ [N]}}$$



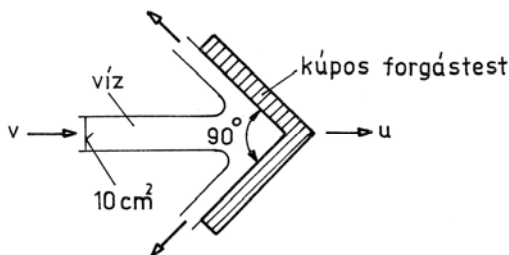
43. ábra

M1.12. A v sebességű vízszögár előtt u sebességgel mozgó belső kúpos forgástestre mekkora erő hat?

Adatok: $v = 9 \text{ [m/s]}$

$u = 1,5 \text{ [m/s]}$

$\rho = 998,2 \text{ [kg/m}^3\text{]}$



44. ábra

A súrlódási- és súlyerő elhanyagolható. Az impulzus tétel csak stacionárius, ill. kvázistacionárius áramlásra érvényes, ezért az ellenőrző felületnek a kúpos testtel együtt kell mozognia.

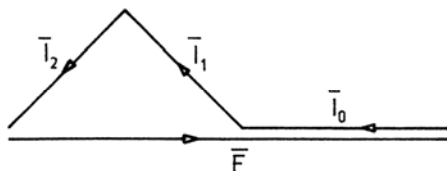
A folyadéksugár sebessége az ellenőrző felületbe való belépéskor tehát:

$$v_0 = v - u = 9 - 1,5 = 7,5 \text{ [m/s]}$$

Miután a folyadék szabadsugárban áramlik – azaz a vízszögár felületén mindenütt a környezeti nyomás (p_0) uralkodik – a következőket eredményezi:

- az impulzus tételben az $\int_{(A)} p \cdot dA$ tag is nullára válik.
- A Bernoulli-egyenlet értelmében (a magasság változásától eltekintve) nem változhat a folyadéksugár sebessége az ellenőrző felületből való kilépésnél sem, tehát:

$$|\vec{v}_0| = |\vec{v}_1| = |\vec{v}_2|$$



45. ábra

A folyadéksugar mozgásmennyisége:

- az ellenőrző felületbe való belépésnél:

$$I_0 = \rho \cdot A \cdot v_0^2 = 998,2 \cdot 2 \cdot 10^{-3} \cdot 7,5^2 = 56,148 \text{ [N]}$$

- az ellenőrző felületből való kilépésnél:

$$|\overline{I}_1| = |\overline{I}_2|$$

Az előbbieket, s a tömegmegmaradás figyelembe vételével:

$$|\overline{I}_0| = |\overline{I}_1| + |\overline{I}_2|$$

A vektorszög alapján az eredő erő:

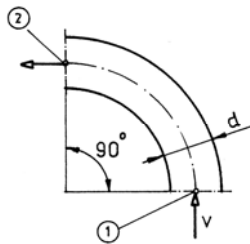
$$\begin{aligned} \mathbf{F} &= I_0 + \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot (I_1 + I_2) = I_0 + \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot I_0 = I_0 \cdot \left(1 + \frac{1}{\sqrt{2}}\right) = \\ &= 56,148 \cdot \left(1 + \frac{1}{\sqrt{2}}\right) = \mathbf{95,97 \text{ [N]}} \end{aligned}$$

1.1.4.2. Feladatok

F1/29. Határozza meg a 46. ábrán látható könyökcsőre ható erő nagyságát és irányát a megadott adatok ismeretében. A súrlódási- és a súlyerő elhanyagolható, továbbá $p_1 = p_2$

Adatok: $v = 10 \text{ [m/s]}$; $d = 2 \text{ [cm]}$

$$\rho = 880 \text{ [kg/m}^3\text{]}$$



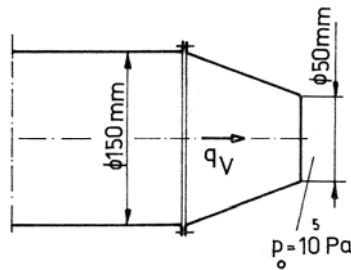
46. ábra

F1/30. Egy csővezeték átmérője 100 [mm]-ről, átmenet nélkül, hirtelen 200 [mm]-re nő. Mekkora a nyomásvesztés, ha a térfogatáram $30 \cdot 10^{-3} \text{ [m}^3\text{/s]}$ és a sűrűség $880 \text{ [kg/m}^3\text{]}$?

F1/31. Egy nagyméretű, nyitott tartályban 4 [m] magasan víz áll. A tartály függőleges falán az aljától 0,5 [m] magasan levő 0,1 [m²] keresztmetszetű kifolyónyíláson a szabadba áramlik a víz. Mekkora erő szükséges a tartály rögzítéséhez (a súrlódási-, és gördülési ellenállás elhanyagolható)?

F1/32. Határozza meg a 47. ábrán szereplő, csővégre szerelt konfúzort rögzítő csavarok terhelését, ha

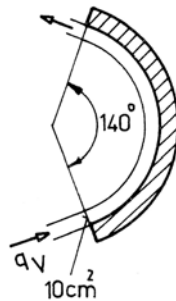
$$q_v = 6 \cdot 10^{-2} \text{ [m}^3\text{/s]}; \rho = 998,2 \text{ [kg/m}^3\text{]}$$



47. ábra

F1/33. A 48. ábrán szereplő, vízszintes síkban fekvő ívdarab középponti szöge 140°. Mekkora az ívdarabra ható erő, ha:

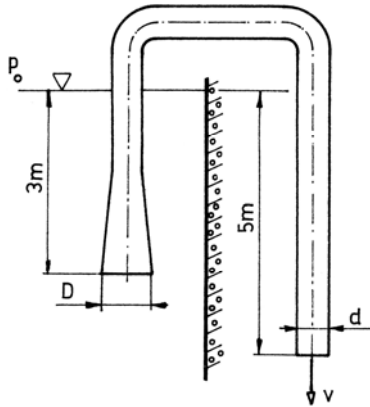
$$q_v = 1 \cdot 10^{-2} \text{ [m}^3\text{/s]} \text{ és } \delta = 998,2 \text{ [kg/m}^3\text{]}$$



48. ábra

F1/34. A 49. ábrán látható szivornya vizet szállít az aknából. Határozza meg a csőre ható erőt (a cső saját súlya elhanyagolható).

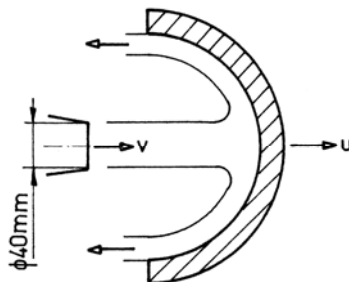
Adatok: $p_0 = 10^5$ [Pa]
 $\rho = 998,2$ [kg/m³]
 $D = 225$ [mm]
 $d = 100$ [mm]



49. ábra

F1/35. Határozza meg az ábrán látható Pelton – turbina lapátjaira ható erőt a következő adatok ismeretében:

A turbina esésmagassága: $H = 10$ [m]
A sugárcső átmérője: $d = 40$ [mm]
A lapát kerületi sebessége: $u = 10$ [m/s]
A víz sűrűsége: $\rho = 998,2$ [kg/m³]
A veszteségektől tekintsen el.

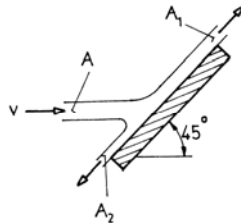


50. ábra

F1/36. A 45° ferdeségű síklapot $A = 10^{-3} \text{ [m}^2\text{]}$ keresztmetszetű és $v = 25 \text{ [m/s]}$ sebességű olajsugár éri.

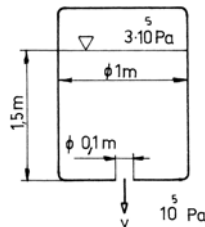
A súrlódási- és a súlyerő elhanyagolható: $\rho = 877 \text{ [kg/m}^3\text{]}$.

- Mekkora erő hat a ferde lapra?
- Milyen arányban oszlik ketté az olajsugár: $A_1/A_2 = ?$



51. ábra

F1/37. A saját súly elhanyagolása mellett határozza meg a tartályra ható erőt. Az áramló víz sűrűsége: $\rho = 998,2 \text{ [kg/m}^3\text{]}$.



52. ábra

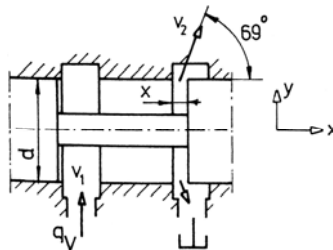
F1/38. Határozza meg az ábrán szereplő tolattyúra a folyadékáramlásból származó axiális (x – irányú) erőt.

Adatok: $d = 2 \text{ [cm]}$

$x = 0,5 \text{ [mm]}$

$\rho = 880 \text{ [kg/m}^3\text{]}$

$q_v = 7 \cdot 10^{-4} \text{ [m}^3\text{/s]}$



53. ábra

1.2. A súrlódásos folyékony közegek áramlása

1.2.1. Az áramlások hasonlósága. Áramlás csővezetékben, csővezeték-rendszerekben.

1.2.1.1. Mintafeladatok

M1.13. Mekkora átlagsebesség alakul ki egy $d = 0,05$ [m] belső átmérőjű és $l = 40$ [m] hosszú vizet szállító csőben ha a cső két vége között a nyomáskülönbség: $\Delta p = 3 \cdot 10^4$ [Pa].

Az áramló víz jellemzői:

- sűrűsége: $\rho = 998,2$ [kg/m³]
- viszkozitása: $1,306 \cdot 10^{-6}$ [m²/s]

Az áramlás közepes sebessége a nyomásveszteség összefüggéséből határozható meg sorozatos közelítéssel, azaz iterációval.

$$\Delta p = \frac{\rho}{2} \cdot v_1^2 \cdot \frac{l}{d} \cdot \lambda \rightarrow v_1 = \left[\frac{2 \cdot \Delta p \cdot d}{\rho \cdot l \cdot \lambda} \right]^{\frac{1}{2}} =$$
$$= \left[\frac{2 \cdot 3 \cdot 10^4 \cdot 0,05}{999,7 \cdot 40 \cdot 0,025} \right]^{\frac{1}{2}} = 1,7323 \text{ (m/s)}$$

Ahol a csősúrlódási tényező felvett értéke első közelítésben: $\lambda = 0,025$

Ezzel a v_1 sebességgel az áramlásra jellemző Re – szám:

$$Re = \frac{v_1 \cdot d}{\nu} = \frac{1,7323 \cdot 0,05}{1,306 \cdot 10^{-6}} = 66538 > 2320$$

Az áramlás turbulens, így a csősúrlódási tényező értéke:

$$\lambda_1 = \frac{0,316}{Re^{\frac{1}{4}}} = \frac{0,316}{66538^{\frac{1}{4}}} = 0,01967$$

Ezzel a sebesség „második” közelítése:

$$v_2 = v_1 \cdot \left[\frac{\lambda}{\lambda_1} \right]^{\frac{1}{2}} = 1,732 \cdot \left[\frac{0,025}{0,01967} \right]^{\frac{1}{2}} = 1,953 \text{ [m/s]}$$

Mert a nyomásesés és a geometriai méretek állandósága miatt:

$$\Delta p = \frac{\rho}{2} \cdot v_1^2 \cdot \frac{1}{d} \cdot \lambda = \frac{\rho}{2} \cdot v_2^2 \cdot \frac{1}{d} \cdot \lambda_1 \rightarrow v_2 = v_1 \cdot \left[\frac{\lambda}{\lambda_1} \right]^{\frac{1}{2}}$$

A v_2 sebesség ismeretében a csőszúrlódási tényező pontosabb értéke:

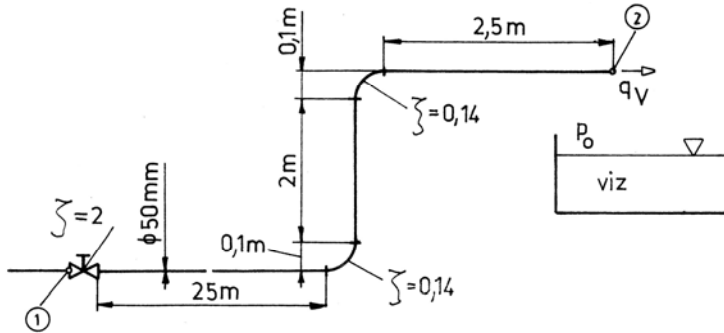
$$\lambda_2 = \lambda_1 \cdot \left[\frac{v_1}{v_2} \right]^{\frac{1}{4}} = 0,01967 \cdot \left[\frac{1,732}{1,953} \right]^{\frac{1}{4}}$$

A λ_2 ismeretében a sebesség „harmadik” közelítése:

$$v_3 = v_2 \cdot \left[\frac{\lambda_1}{\lambda_2} \right]^{\frac{1}{2}} = 1,953 \cdot \left[\frac{0,01967}{0,0191} \right]^{\frac{1}{2}} = \mathbf{1,97 \text{ [m/s]}}$$

További közelítésnek nincs értelme, mivel a második és a harmadik közelítés között lényeges eltérés nincs.

M1.14. Határozza meg az 54. ábrán szereplő elrendezésre a $(p_1 - p_0)$ nyomáskülönbség értékét.



54. ábra

A hidraulikailag simának tekinthető csővezetékben áramló víz jellemzői:

- sűrűsége: $999,7 \text{ [kg/m}^3\text{]}; q_v = 3 \cdot 10^{-3} \text{ [m}^3\text{/s]}$
- viszkozitása: $1,306 \cdot 10^{-6} \text{ [m}^2\text{/s]}$

Az áramvonal két pontjára (1-2) felírt veszteséges Bernoulli egyenlet:

$$p_1 + \frac{\rho}{2} \cdot v^2 + 0 = p_0 + \rho \cdot g \cdot H + \frac{\rho}{2} \cdot v^2 + \Delta p.$$

Ebből a keresett nyomáskülönbség:

$$\begin{aligned} p_1 - p_0 &= \rho \cdot g \cdot H + \Delta p = \rho \cdot g \cdot H + \frac{\rho}{2} \cdot v^2 \cdot \left[\frac{\sum l}{d} \cdot \lambda + \sum \xi \right] = \\ &= 999,7 \cdot 9,81 \cdot 2,2 + \frac{999,7}{2} \cdot 1,53^2 \cdot \left[\frac{29,5}{5 \cdot 10^{-2}} \cdot 0,0203 + 2,28 \right] = \\ &= 36296,073 \left[\frac{\text{N}}{\text{m}^2} \right] = 36,3 \text{ [kPa]} \end{aligned}$$

ahol

$$v - \text{az áramlás közepes sebessége} = \frac{q_v}{A} = \frac{3 \cdot 10^{-3}}{19,6 \cdot 10^{-4}} = 1,53 \left[\frac{\text{m}}{\text{s}} \right].$$

$$H - \text{a } z=0 \text{ ekvipotenciális felülettől számított távolság} = 2 + 0,1 + 0,1 = 2,2 \text{ [m]}$$

$$\Sigma \zeta - \text{a veszteségtényezők összege: } 2 + 0,14 + 0,14 = 2,28$$

$$\Lambda - \text{csőszűrlődési tényező: } \frac{0,316}{R_e^{1/4}} = \frac{0,316}{58846^{1/4}} = 0,0203$$

mert

$$R_e = \frac{v \cdot d}{\nu} = \frac{1,53 \cdot 5 \cdot 10^{-2}}{1,306 \cdot 10^{-6}} = 58846 > 2320.$$

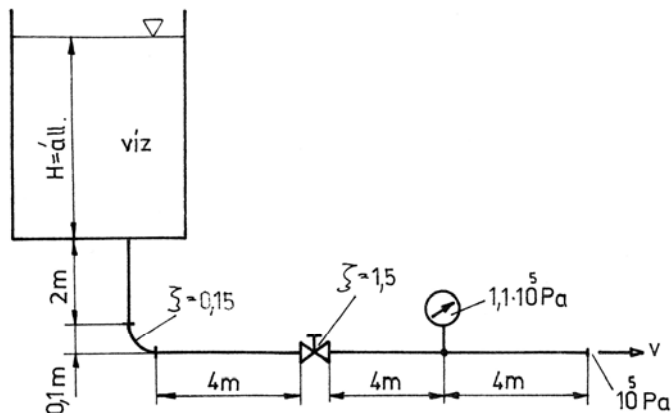
1.2.1.2. Feladatok

F1/39. Egy megépítendő repülőgép kismintáját 1:5 léptékben készítik el. A szélcsatorna kísérleteknél $3 \cdot 10^5$ [Pa] nyomású levegőben mérik a kismintára ható erőket, míg a repülőgép 10^5 [Pa] nyomású levegőben fog repülni. A levegő dinamikai viszkozitása állandónak tekinthető.

- mekkora lesz az áramlásra jellemző R_e – szám, ha a repülőgép repülési sebessége 600 [km/ó] és a jellemző méretnek a 2,5 [m]-es szárnymélységet választják. A levegő kinematikai viszkozitása $13,9 \cdot 10^{-6}$ [m²/s] és a sűrűsége pedig: 1,252 [kg/m³]
- mekkora áramlási sebességet kell a szélcsatornában biztosítani, hogy a két áramlás hasonló legyen.

F1/40. Egy 50 [km] hosszú, 125 [mm] átmérőjű csővezetékben $885 \text{ [kg/m}^3\text{]}$ sűrűségű $60 \cdot 10^{-6} \text{ [m}^2\text{/s]}$ viszkozitású olajat kell szállítani. A rendelkezésre álló szivattyú terhelhetősége 10 [MPa]. Mekkora a csővezetékben a térfogatáram nagysága?

F1/41. Az 55. ábrán vázolt rendszerben $999,7 \text{ [kg/m}^3\text{]}$ sűrűségű és $1,306 \cdot 10^{-6} \text{ [m}^2\text{/s]}$ viszkozitású víz áramlik. A megadott nyomás érték $1,1 \cdot 10^5 \text{ [Pa]}$.



55. ábra

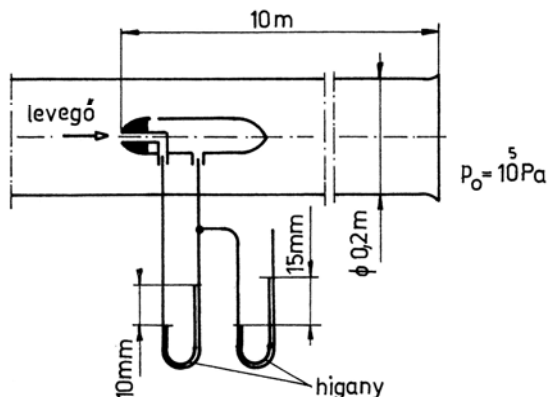
A cső belső átmérője és a csősúrlódási tényező értéke mindenütt azonos. Milyen H magasságig tölti meg a víz a tartályt?

F1/42. Egy 7 [m] hosszú, 1,5 [cm] belső átmérőjű egyenes kör keresztmetszetű cső a vízszinteshez képest az áramlás irányában 30° -kal lehajlik. A csőben $15 \cdot 10^{-6} \text{ [m}^2\text{/s]}$ viszkozitású és $877 \text{ [kg/m}^3\text{]}$ sűrűségű olaj áramlik. A cső két vége között a nyomáskülönbség 10^4 [Pa]

- meghatározandó a csőben az átlagsebesség, a sebesség maximális értéke, valamint az áramlásra jellemző Re – szám.
- mekkora legyen a vízszintessel bezárt szög, hogy a $30 \cdot 10^{-6} \text{ [m}^2\text{/s]}$ viszkozitási tényező mellett a két áramlás hasonló legyen?

F1/43. Mekkora egy csőben áramló folyadék kinematikai viszkozitása, ha a csősúrlódási tényező 0,045, a térfogatáram $3 \cdot 10^{-4} \text{ [m}^3\text{/s]}$ és a cső belső átmérője 2 [cm]?

F1/44. Az ábrán szereplő adatok ismeretében határozza meg a csőszúrlódási tényező értékét, ha abban $1,206 \text{ [kg/m}^3\text{]}$ sűrűségű levegő áramlik.



56. ábra

F1/45. Egyenes kör keresztmetszetű 2 [cm] belső átmérőjű csőben mekkora lehet az áramlási sebesség maximális értéke, hogy az áramlás még lamináris maradjon?

Mekkora lesz ez esetben az 1 [m] hosszúságú csőszakaszon hővé disszipálódott teljesítmény?

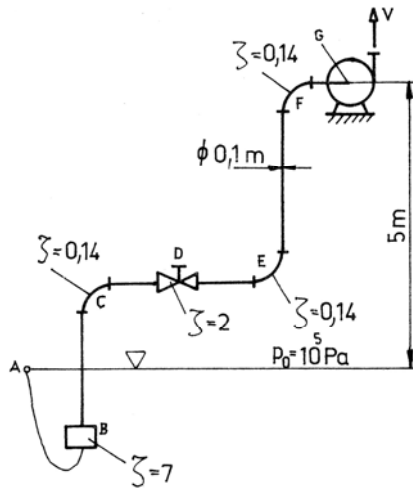
Adatok: $\rho = 998,2 \text{ [kg/m}^3\text{]}$; $\nu = 1,006 \cdot 10^{-6} \text{ [m}^2\text{/s]}$

F1/46. Az 57. ábrán látható szívócső teljes hossza 11 [m] . A 3 [m/s] sebességgel áramló víz jellemzői:

- sűrűség: $999,7 \text{ [kg/m}^3\text{]}$
- viszkozitás: $1,306 \cdot 10^{-6} \text{ [m}^2\text{/s]}$

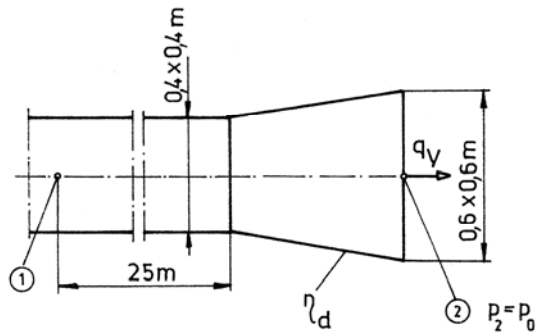
Kérdések:

- mekkora a szívócső egyenértékű csőhossza (l_e)?
- mekkora a nyomás a szivattyú szívócsonkján (G pont)?
- mekkora lehet a maximális áramlási sebesség a szívócsőben, hogy az áramló víz még ne kerüljön kavitációs állapotba?



57. ábra

F1/47. Az 58. ábrán látható csővezetékben $2 \text{ [m}^3/\text{s]}$ térfogatáramú, $1,206 \text{ [kg/m}^3]$ sűrűségű, $14,7 \cdot 10^{-6} \text{ [m}^2/\text{s]}$ viszkozitású közeg áramlik. Mekkora a $p_1 - p_0$ nyomáskülönbség?



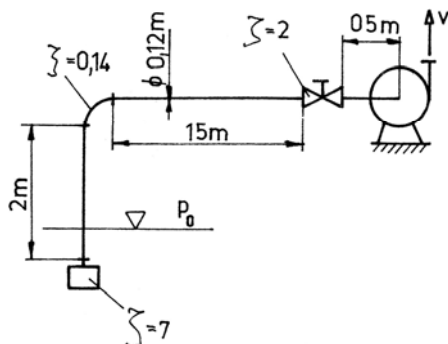
58. ábra

F1/48. Mekkora az 59. ábrán látható csővezeték egyenértékű csőhossza, és a nyomásvesztés a szivattyú szívócsonkjáig, ha abban a következő jellemzőkkel rendelkező víz áramlik:

$$v = 1,5 \text{ [m/s]}$$

$$\rho = 999,7 \text{ [kg/m}^3]$$

$$v = 1,306 \cdot 10^{-6} \text{ [m}^3/\text{s]}$$



59. ábra

1.2.2. Általános átfolyási (Torricelli) egyenlet. Részáramlás

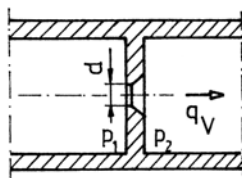
1.2.2.1. Mintafeladatok

M1.15. Határozza meg a mérőperemen áthaladó térfogatáramot.

Adatok: $d = 1,2$ [mm] $\rho = 880$ [kg/m³]

$p_1 = 6,3$ [MPa] $\mu = 0,63$

$p_2 = 3,8$ [MPa]

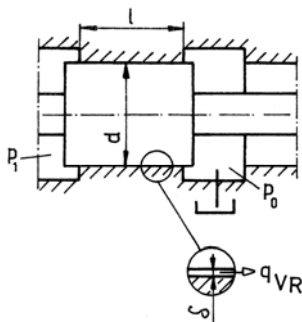


60. ábra

Az általános átfolyási egyenlet:

$$\begin{aligned}
 q_v &= \mu \cdot A \cdot \left[\frac{2}{\rho} \cdot \Delta p \right]^{1/2} = 0,63 \cdot 1,13 \cdot 10^{-6} \cdot \left[\frac{2}{880} \cdot (63 - 38) \cdot 10^5 \right]^{1/2} = \\
 &= 0,54 \cdot 10^{-4} \left[\frac{\text{m}^3}{\text{s}} \right] = 3,24 \left[\frac{\text{dm}^3}{\text{min}} \right]
 \end{aligned}$$

M1.16. Határozza meg a vázolt útváltó (61. ábra) tolattyúja mentén kialakuló résáram nagyságát, a tolattyú koncentrikus elhelyezkedését feltételezve.



61. ábra

Adatok: $d = 40$ [mm]; $\delta = 10\ \mu$; $l = 19$ [mm]

$\Delta p = p_1 - p_0 = 15$ [MPa], $\rho = 885$ [kg/m³], $v = 20 \cdot 10^{-6}$ [m²/s]

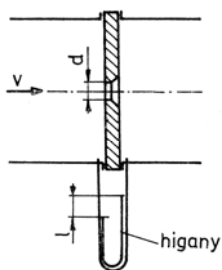
A résáram nagysága:

$$q_{vR} = \frac{d \cdot \pi \cdot \delta^3}{12 \cdot l \cdot \rho \cdot v} \cdot \Delta p = \frac{4 \cdot 10^{-2} \cdot \pi \cdot 10^{-15}}{12 \cdot 885 \cdot 20 \cdot 10^{-6} \cdot 1,9 \cdot 10^{-3}} \cdot 150 \cdot 10^5 =$$

$$= 4,59 \cdot 10^{-6} \left[\frac{\text{m}^3}{\text{s}} \right] = 275,4 \left[\frac{\text{cm}^3}{\text{min}} \right]$$

1.2.2.2. Feladatok

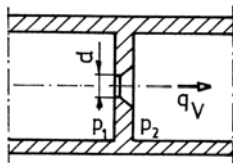
F1/49. Egy csővezetékben a térfogatáramot mérőperemmel mérik, melyhez higanyos differenciál nyomásmérő kapcsolódik, melyben a higanyoszlop kitérése $l = 692$ [mm]. Mennyi a térfogatáram (q_v) ha $d = 15$ [mm]; $\rho_{\text{Hg}} = 13,6 \cdot 10^3$ [kg/m³]; $\rho_v = 998,2$ [kg/m³]



62. ábra

F1/50. Határozza meg az ábrán látható fojtóbetét átfolyási tényezőjét a következő adatok ismeretében:

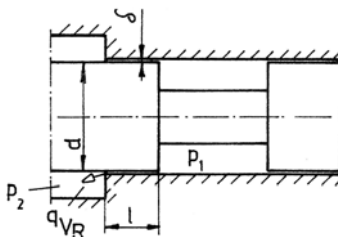
$$d = 0,8 \text{ [mm]}; q_v = 0,4 \cdot 10^{-4} \text{ [m}^3/\text{s]}; p_1 = 11 \text{ [MPa]}; p_2 = 2 \text{ [MPa]}; \\ \rho = 880 \text{ [kg/m}^3\text{]}$$



63. ábra

F1/51. Határozza meg a résáram nagyságát a következő adatok felhasználásával:

$$d = 16 \text{ [mm]}; \delta = 10 \mu; l = 10 \text{ [mm]}; \Delta p = p_1 - p_2 = 63 \cdot 10^5 \text{ [Pa]}; \\ \rho = 875 \text{ [kg/m}^3\text{]}; \nu = 35 \cdot 10^{-6} \text{ [m}^2/\text{s]}$$

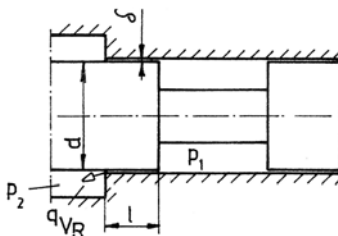


64. ábra

F1/52. Határozza meg az ábrán látható tolattyú tömítő szakaszának hosszát (l), ahhoz, hogy $\Delta p = p_1 - p_2 = 25 \cdot 10^5 \text{ [Pa]}$ nyomáskülönbség esetén a résáram

$$q_{v_R} = 0,2 \cdot 10^{-6} \left[\frac{\text{m}^3}{\text{s}} \right] \text{ legyen.}$$

Adatok: $d = 18 \text{ [mm]}; \delta = 10 \mu; \rho = 875 \text{ [kg/m}^3\text{]}; \nu = 18 \cdot 10^{-6} \text{ [m}^2/\text{s]}$



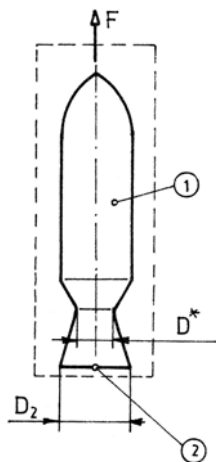
65. ábra

F1/53. Egy szelep k_v – értéke 28. Határozza meg a nyomáscsökkenést a szelepen, ha a térfogatáram $q_v = 600 \text{ [dm}^3/\text{min]}$ és a közeg sűrűsége $870 \text{ [kg/m}^3\text{]}$

1.3. Gázdinamikai áramlások

1.3.1. Mintafeladat

M1.17. Határozza meg a 66. ábrán szereplő rakétához kapcsolt Laval-cső maximális – és legszűkebb keresztmetszetéhez tartozó átmérőket.



66. ábra

Adatok: $F = 5 \cdot 10^4$ [N]; $T_1 = 1373$ [K]; $p_1 = 20 \cdot 10^5$ [Pa]; $p_2 = 10^5$ [Pa];
 $C_p = 1010$ [J/kg K]; $\kappa = 1,4$; $\rho_{|_{0,98}^{(^\circ\text{C})}(\text{bar})} = 1,252$ [kg/m³]

A szükséges tolóerőt a kiáramló gáz impulzusereje szolgáltatja. A jelölt ellenőrző felületre felírt impulzus tételből:

$$F = \rho_2 \cdot A_2 \cdot u_2^2$$

Ezen összefüggésből határozható meg a Laval-cső maximális keresztmetszete (A_2), de ismeretlen az u_2 és a ρ_2 is. Az u_2 kiáramlási sebesség felírható:

– egyrészt az izentrópikus áramlásra levezetett összefüggés alapján:

$$u_2^2 = \frac{2 \cdot \kappa}{\kappa - 1} \cdot \frac{p_1}{\rho_1} \left[1 - \left(\frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{\kappa - 1}{\kappa}} \right]$$

– másrészt pedig az összenyomható közeg energia egyenlete alapján:

$$T_1 + T_{1\text{din}} = T_2 + \frac{u_2^2}{2 \cdot c_p}$$

Ahol jelen esetben $T_{1\text{din}} = 0$, mert a tartályban a gázáramlási sebessége $u_1 = 0$.

Mindezt figyelembe véve írható:

$$u_2^2 = 2 \cdot c_p (T_1 - T_2) = 2 \cdot c_p \cdot T_1 \left(1 - \frac{T_2}{T_1} \right)$$

Az izentrópikus állapotváltozás esetén a hőmérsékletviszonyra érvényes

$$\frac{T_2}{T_1} = \left(\frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{\kappa-1}{\kappa}}$$

összefüggés felhasználásával a kiáramlási sebesség:

$$\begin{aligned} u_2^2 &= 2 \cdot c_p \cdot T_1 \left[1 - \left(\frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{\kappa-1}{\kappa}} \right] = \\ &= 2 \cdot 1010 \cdot 1373 \left[1 - \left(\frac{1}{20} \right)^{\frac{1,4-1}{1,4}} \right] = 1584,4 \cdot 10^3 \left[\frac{\text{m}^2}{\text{s}^2} \right] \end{aligned}$$

A gáz sűrűsége kiáramlásnál (ρ_2) az általános gáztörvény – $\frac{p}{\rho} = R \cdot T$ –

alapján határozható meg:

$$\rho_2 = \frac{p_2 \cdot \rho \cdot T}{p \cdot T_2} = \frac{1 \cdot 10^5 \cdot 1,252 \cdot 273}{0,98 \cdot 10^5 \cdot 580,7} = 0,601 \left[\frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \right]$$

ahol

$$T_2 = T_1 \cdot \left(\frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{\kappa-1}{\kappa}} = 1373 \cdot \left(\frac{1}{20} \right)^{\frac{1,4-1}{1,4}} = 580,7 \text{ [K]}$$

Ezek után az impulzus tételből kifejezve a szükséges keresztmetszetet:

$$A_2 = \frac{F}{\rho_2 \cdot u_2^2} = \frac{5 \cdot 10^4}{0,601 \cdot 158,44 \cdot 10^4} = 0,0525 \text{ [m}^2\text{]}$$

Az ehhez tartozó átmérő **$D_2 = 0,259 \text{ [m]} \sim 260 \text{ [mm]}$** .

A legszűkebb keresztmetszethez tartozó adat a kontinuitás összefüggéséből határozható meg:

$$A^* = \frac{\rho_2 \cdot A_2 \cdot u_2}{\rho^* \cdot u^*}$$

Azonban ismeretlen még a ρ^* és az u^* értéke is. A kritikus értékre vonatkozó hányadosok alapján:

$$\frac{\rho^*}{\rho_1} = 0,639 \rightarrow \rho^* = 0,639 \cdot \rho_1 = 0,639 \cdot 5,08 = 3,25 \left[\frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \right]$$

ahol

$$\rho_1 = \frac{p_1 \cdot \rho \cdot T}{p \cdot T_1} = \frac{20 \cdot 10^5 \cdot 1,252 \cdot 273}{0,98 \cdot 10^5 \cdot 1373} = 5,08 \left[\frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \right]$$

A legszűkebb keresztmetszetben, mint ismert: $M=1$, azaz $a^*=u^*$

$$\text{de } \frac{a^*}{a_1} = 0,913 \rightarrow a^* = 0,913 \cdot a_1 = 0,913 \cdot 741 = 676,5 \left[\frac{\text{m}}{\text{s}} \right] = u^*$$

ahol

$$a_1 = 20 \cdot T_1^{1/2} = 20 \cdot 1373^{1/2} = 741 \text{ [m/s]}.$$

Visszatérve a keresett keresztmetszet összefüggéséhez:

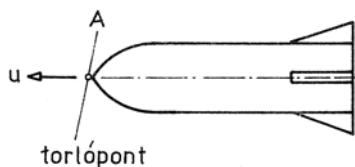
$$A^* = \frac{\rho_2 \cdot A_2 \cdot u_2}{\rho^* \cdot u^*} = \frac{0,601 \cdot 0,0525 \cdot 1258,73}{3,25 \cdot 676,5} = 0,0181 \text{ [m}^2\text{]}$$

Ebből a szükséges átmérő: **$D^* = 152 \text{ [mm]}$** .

1.3.2. Feladatok

F1/54. A $-20\text{ }^{\circ}\text{C}$ hőmérsékletű levegőben repülő rakéta orrpontjának (A) a hőmérséklete 330 [K] .

Milyen sebességgel repül a rakéta, ha $c_p = 1,005\left[\frac{\text{kJ}}{\text{kg}\cdot\text{K}}\right]$.



67. ábra

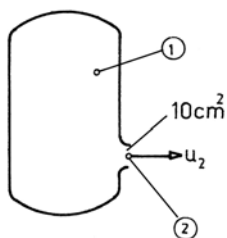
F1/55. Hány $^{\circ}\text{C}$ hőmérsékletre hűl le egy túlnyomásos tartályból 400 [m/s] sebességgel kiáramló levegő – $\kappa = 1,4$; $c_p = 1010\text{ [J/kg}\cdot\text{K]}$ – ha a tartályban a hőmérséklet $20\text{ }^{\circ}\text{C}$? Mekkora a tartályban a nyomás, ha a külső nyomás atmoszférikus: $p_2 = 10^5\text{ [Pa]}$? Az állapotváltozást tekintse izentrópusnak.

F1/56. Tartályból gáz áramlik ki, melynek állapotváltozása izentrópusnak tekinthető.

Határozza meg: – a kiáramlás sebességét: u_2

– a tömegáramot: $q_m\text{ [kg/s]}$

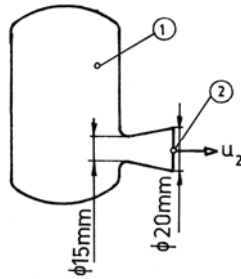
Adatok: $p_1 = 1,3\cdot 10^5\text{ [Pa]}$; $T_1 = 283\text{ [K]}$; $p_2 = 10^5\text{ [Pa]}$; $c_p = 1,01\text{ [kJ/kg}\cdot\text{K]}$; $\kappa = 1,4$.



68. ábra

F1/57. A tartály kiömlő csonkjához (69. ábra), az adott méretekkel rendelkező Laval-cső csatlakozik. Izentrópikus állapotváltozás feltételezésével határozza meg:

- a maximális kiáramlási sebességet: $u_{2\max}$
- az áramlási sebességet a Laval-cső legszűkebb keresztmetszetében: u^*

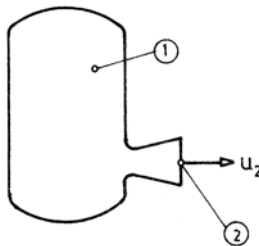


69. ábra

Adatok: $p_1 = 2,5 \cdot 10^5$ [Pa]; $T_1 = 30$ [°C]; $c_p = 1013$ [J/kg°K]; $p_2 = 10^5$ [Pa]; $\kappa = 1,4$.

F1/58. A tartály kiömlő csonkjához Laval-cső csatlakozik. Izentrópikus állapotváltozás feltételezésével határozza meg a ② pontbeli nyomást.

Adatok: $p_1 = 3 \cdot 10^5$ [Pa]; $\rho_1 = 3,6$ [kg/m³]; $u_2 = 400$ [m/s]; $\kappa = 1,4$

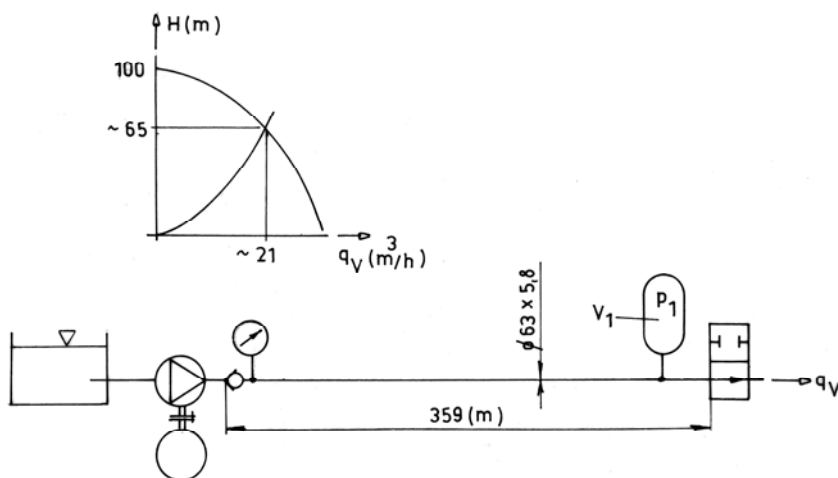


70. ábra

1.4. Csővezeték hirtelen zárása. Allievi-féle nyomáslökés

1.4.1. Mintafeladat

M1.18. A 71. ábra szerinti csővezetékben egy örvényszivattyú gázolajat szállít. A vezetéket $t_z = 45$ [ms] alatt elzárják, határozza meg a kialakuló nyomásnövekedést és ha szükséges válasszon a csillapításra hidroakkumulátort.



71. ábra

Adatok: $q_v = 21$ [m³/h]; $\rho = 860$ [kg/m³]; $\nu = 8 \cdot 10^{-6}$ [m²/s];

$E_f = 1,62 \cdot 10^9$ [Pa]; $E_{cső} = 7 \cdot 10^8$ [Pa].

A vezetékszakasz statikus nyomását annak ellenállása határozza meg:

$$p_{st.} = \Delta p = \frac{\rho}{2} \cdot v^2 \cdot \frac{l}{d} \cdot \lambda$$

ahol

$$v = \frac{q_v}{A} = \frac{5,83 \cdot 10^{-3}}{20,74 \cdot 10^{-4}} = 2,82 \left[\frac{m}{s} \right]$$

$$R_e = \frac{v \cdot d}{\nu} = \frac{2,82 \cdot 51,4 \cdot 10^{-3}}{8 \cdot 10^{-6}} = 18,12 \cdot 10^3 > 2320$$

$$\lambda = \frac{0,316}{R_e^{1/4}} = \frac{0,316}{(1,812 \cdot 10^3)^{1/4}} = 2,724 \cdot 10^{-2}$$

Ezekkel a statikus nyomás:

$$p_{st} = \Delta p = \frac{860}{2} \cdot 2,82^2 \cdot \frac{359}{51,4 \cdot 10^{-3}} \cdot 2,724 \cdot 10^{-2} = 6,51 \cdot 10^5 [\text{Pa}] = \mathbf{6,51 [\text{bar}]}$$

A gyors zárás következtében előálló nyomásnövekedés:

$$\Delta p_z = \rho \cdot a \cdot v$$

ahol

$$a - \text{a hangsebesség} = \left(\frac{E_R}{\rho} \right)^{1/2}.$$

Az eredő térfogati rugalmassági modulusz pedig:

$$\frac{1}{E_R} = \frac{1}{E_f} + \frac{1}{E_{Cső} \cdot \frac{s}{d}} = \frac{1}{1,62 \cdot 10^9} + \frac{1}{7 \cdot 10^8 \cdot \frac{5,8}{51,4}} = 13,287 \cdot 10^{-9} \left[\frac{1}{\text{Pa}} \right]$$

$$\mathbf{E_R = 7,526 \cdot 10^7 [\text{Pa}]}$$

Ezzel a hangsebesség:

$$\mathbf{a} = \left(\frac{7,526 \cdot 10^7}{860} \right)^{1/2} = (8,75 \cdot 10^4)^{1/2} = \mathbf{296 \left[\frac{\text{m}}{\text{s}} \right]}.$$

A nyomásnövekedés pedig

$$\Delta p_z = \rho \cdot a \cdot v = 860 \cdot 296 \cdot 2,82 = \mathbf{7,18 \cdot 10^5 [\text{Pa}]}.$$

Ezzel a rendszer maximális nyomása:

$$\mathbf{p_{(max)} = p_{st} + \Delta p_z = 6,51 + 7,18 = 13,69 [\text{bar}]}.$$

A töidő:

$$\mathbf{t_{főidő} = \frac{2 \cdot L}{a} = \frac{2 \cdot 359}{296} = 2,43 [\text{s}] \gg 45 [\text{ms}]}.$$

A rendszerben 10 [bar]-nál nagyobb nyomás nem engedhető meg, ezért szükség van a hidroakkumulátor beépítésére.

A szükséges össztérfogat:

$$V_1 = \frac{\frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 \cdot (n-1)}{p_1^{\frac{1}{n}} \cdot \left(p_3^{\frac{n-1}{n}} - p_2^{\frac{n-1}{n}} \right)} = \frac{\frac{1}{2} \cdot 640 \cdot 2,82^2 \cdot (1,4-1)}{(5 \cdot 10^5)^{\frac{1}{1,4}} \cdot \left[(10 \cdot 10^5)^{\frac{1,4-1}{1,4}} - (6 \cdot 10^5)^{\frac{1,4-1}{1,4}} \right]}$$

$$\mathbf{V_1 = \frac{1017,9}{11723,7 \cdot (51,999 - 45,97)} = 1,44 \cdot 10^{-2} [\text{m}^3] \sim 15 [\text{dm}^3]}$$

ahol

m – a lezárt vezetékszakaszban levő folyadék tömege $= \rho V = \rho A L =$
 $= 860 \cdot 20,74 \cdot 10^{-4} \cdot 369 = 640 \text{ [kg]}$

v – az áramlási sebesség a zárás pillanatában $= 2,82 \text{ [m/s]}$

p_3 – a megengedhető maximális nyomás $= 10 \text{ [bar]}$

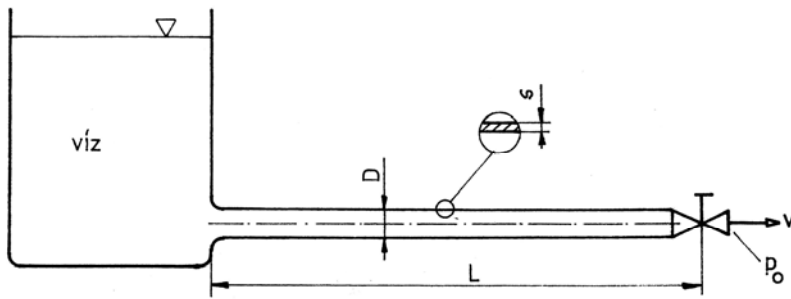
p_2 – a rendszer statikus nyomása $= 6,5 \text{ [bar]}$

p_1 – a gáz előtöltési nyomása a hidroakkumulátorban $= 5 \text{ [bar]}$

n – az állapotváltozási kitevő $= \kappa = 1,4$.

1.4.2. Feladatok

F1/59. A 72. ábrán látható vezetékre vonatkozóan határozza meg:



72. ábra.

- a csapot hirtelen (főidőn belül) lezárva, mekkora nyomástöbblet következik?
- A lezárás után mennyi idő múlva áll meg a víz a cső becsatlakozási pontján (első visszaáramlás kezdete)?

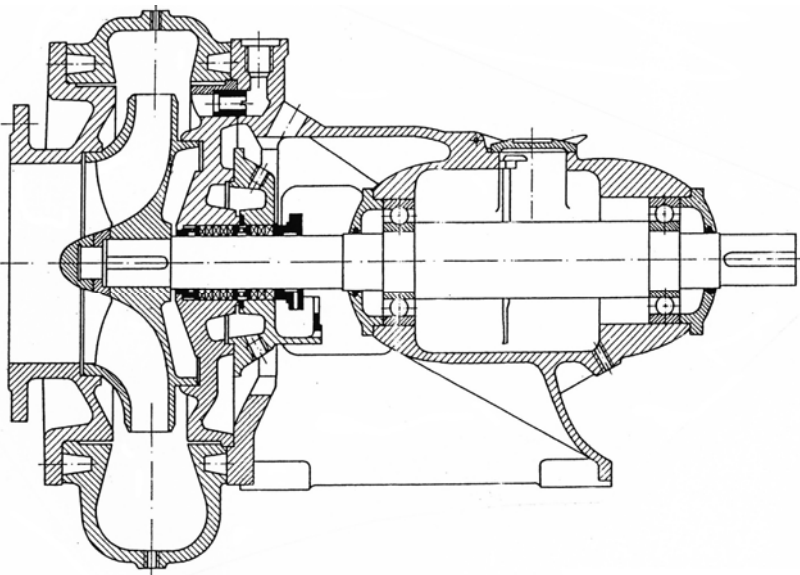
Adatok: $L = 750 \text{ [m]}$; $D = 500 \text{ [mm]}$; $s = 10 \text{ [mm]}$; $v = 2 \text{ [m/s]}$;

$\rho = 998,2 \text{ [kg/m}^3\text{]}$; $E_f = 2 \cdot 10^9 \text{ [Pa]}$; $E_{cső} = 2,1 \cdot 10^{11} \text{ [Pa]}$

F1/60. Egy 500 [mm] átmérőjű 16 [mm] falvastagságú és 250 [m] hosszúságú öntöttvas csőben a víz áramlási sebessége $1,5 \text{ [m/s]}$. A csővezeték hirtelen zárásakor mekkora nyomástöbblet (Δp) keletkezik, és milyen időtartamú lehet a zárás, hogy ez létrejöjjön?

Adatok: $\rho = 998,2 \text{ [kg/m}^3\text{]}$; $E_f = 2 \cdot 10^9 \text{ [Pa]}$; $E_{cső} = 1 \cdot 10^{11} \text{ [Pa]}$.

2. ÁRAMLÁSTECHNIKAI GÉPEK



2.1. Szállítómagasság/nyomáskülönbség. Jellemző fordulatszámok. Affinitási összefüggések

2.1.1. Mintafeladatok

M2.1. Rajzolja fel a sebességi háromszögeket és számítsa kis a H_{eo} értékét ha:

$n = 960$ [1/min]; $D_1 = 100$ [mm]; $D_2 = 200$ [mm]; $c_m = 3$ [m/s]; $c_{1u} = 0$; $c_{2u} = 0,8 u_2$.

A kerületi sebességek a járókerék be- és kilépő lapátkörén:

$$u_1 = D_1 \pi n = 0,1 \pi 15 = \mathbf{4,71 \text{ [m/s]}}; u_2 = D_2 \pi n = 0,2 \pi 15 = \mathbf{9,42 \text{ [m/s]}}.$$

Mivel a belépés perdületmentes ($c_{1u} = 0$), ezért $c_1 = c_m = 3$ [m/s]

Ezzel a relatív sebesség belépésnél:

$$w_1 = [u_1^2 + c_1^2]^{1/2} = [4,71^2 + 3^2]^{1/2} = \mathbf{5,54 \text{ [m/s]}}.$$

A belépési lapátszög

$$\cos \beta_1 = \frac{u_1}{w_1} = \frac{4,71}{5,54} = 0,85 \rightarrow \beta_1 = \mathbf{32^\circ}$$

Az abszolút sebesség keringési összetevője kilépésnél, az adatok alapján:

$$c_{2u} = 0,8 u_2 = 0,8 \cdot 9,42 = \mathbf{7,52 \text{ [m/s]}}.$$

A meridiánsebesség (c_m) a járókerékben állandó, ami azt vonja maga után, hogy az átmérő növekedésével ($D_1 \rightarrow D_2$), a kerékszélesség ($b_1 \rightarrow b_2$) csökken.

Tehát: $c_{1m} = c_{2m} = c_m = 3$ [m/s].

Ezzel az abszolút sebesség értéke kilépésnél:

$$c_2 = [c_{2u}^2 + c_{2m}^2]^{1/2} = [7,52^2 + 3^2]^{1/2} = \mathbf{8,1 \text{ [m/s]}}.$$

A relatív sebesség kilépésnél:

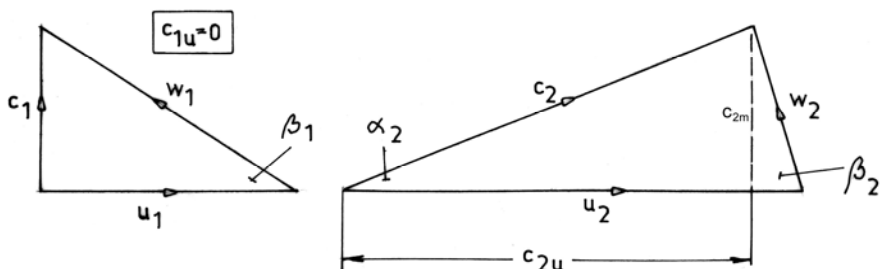
$$w_2 = [c_{2m}^2 + (u_2 - 0,8 \cdot u_2)^2]^{1/2} = [3^2 + 1,9^2]^{1/2} = \mathbf{3,55 \text{ [m/s]}}.$$

A kilépési lapátszög pedig:

$$\sin \beta_2 = \frac{c_{2m}}{w_2} = \frac{3}{3,55} = 0,848 \rightarrow \beta_2 = \mathbf{58^\circ}$$

$$\cos \alpha_2 = \frac{c_{2u}}{c_2} = \frac{7,52}{8,1} = 0,93 \rightarrow \alpha_2 = \mathbf{22^\circ}$$

A számított értékekkel a sebességi háromszögek megrajzolhatók (73. ábra).



73. ábra

A szállítómagasság pedig:

$$H_{e_\infty} = \frac{1}{g} \cdot c_{2u} \cdot u_2 = \frac{1}{9,81} \cdot 7,52 \cdot 9,42 = 7,25 \text{ [m]}.$$

M2.2. Egy szivattyú $q_v = 25 \cdot 10^{-3} \text{ [m}^3/\text{s]}$ vizet szállít az alsó nyitott felszínű medencéből a felső zárt tartályba (74. ábra).

Határozza meg:

- a szállítómagasságot (H)
- a szivattyú hasznos teljesítményét (P_h), a hajtási teljesítmény-igényt (P),
- valamint a jellemző fordulatszámát (n_q).

Adatok: $\rho = 998,2 \text{ [kg/m}^3]$; $\eta_0 = 0,8$; $n = 1440 \text{ [1/min]}$

a csővezeték veszteségmagassága: $\Sigma h = 2,82 \text{ [m]}$

A szállítómagasság:

$$\begin{aligned} H &= H_{St} + \Sigma h = H_g + \frac{1}{\rho \cdot g} (p_2 - p_1) + \Sigma h = \\ &= 25 + \frac{1}{998,2 \cdot 9,81} \cdot (3 - 1) \cdot 10^5 + 2,82 = 48,21 \text{ [m]} \end{aligned}$$

A szivattyú hasznos teljesítménye:

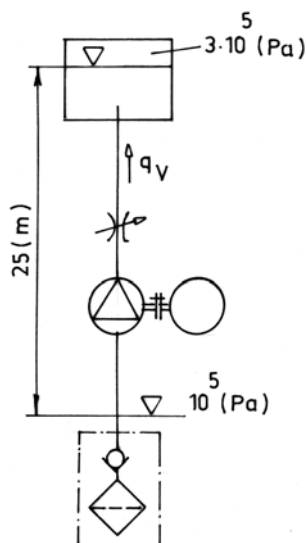
$$P_h = \rho g q_v H = 998,2 \cdot 9,81 \cdot 25 \cdot 10^{-3} \cdot 48,21 = 11802,2 \text{ [W]}$$

A hajtási teljesítmény – igény:

$$P = \frac{1}{\eta_0} \cdot P_h = \frac{1}{0,8} \cdot 11802,2 = 14752,75 \text{ [W]}$$

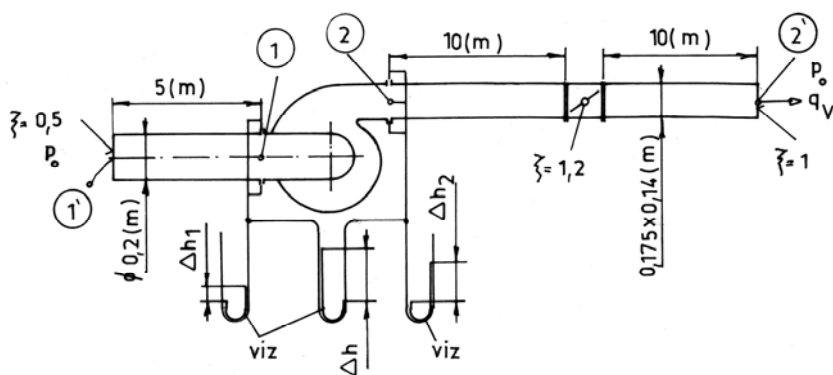
A jellemző fordulatszám pedig:

$$n_q = n q_v^{1/2} \cdot H^{-3/4} = 1440 \cdot [25 \cdot 10^{-3}]^{1/2} \cdot 48,21^{-3/4} = 12,44.$$



74. ábra

M2.3. A 75. ábrán látható csővezeték rendszeren a ventilátor $q_v = 0,314 \text{ [m}^3/\text{s]}$ levegőt szállít.



75. ábra

A szállított közeg jellemzői $\rho_1 = 1,206 \text{ [kg/m}^3]$; $\nu = 14,7 \cdot 10^{-6} \text{ [m}^2/\text{s]}$

A nyomásmérőkben levő víz sűrűsége: $\rho_v = 999,7 \text{ [kg/m}^3]$

Határozza meg:

- a feltüntetett nyomásmérők (Δh_a ; Δh_2 ; Δh) kitérését,
- a ventilátor statikus (Δp_{st}) és össznyomás (Δp_0) növekedését,
- a ventilátor hajtásához szükséges teljesítményt, ha az összhatalásfok 75 [%].

Az ① pontban bekötött nyomásmérő egyensúlyi egyenlete:

$$p_0 = p_1 + \rho_v \cdot g \cdot \Delta h_1$$

ahol

$$p_0 = p_1 + \Delta p_1$$

E két egyenlet alapján a mérőfolyadék kitérése:

$$\Delta h_1 = \frac{1}{\rho_v \cdot g} \cdot \Delta p_1$$

ahol Δp_1 az (1' – 1) csővezeték szakasz áramlási vesztesége:

$$\Delta p_1 = \frac{\rho_1}{2} \cdot v_1^2 \left(\frac{1}{d} \cdot \lambda_1 + \zeta \right).$$

Ezzel a keresett kitérés:

$$\Delta h_1 = \frac{1}{\rho_v \cdot g} \cdot \frac{\rho_1}{2} \cdot v_1^2 \cdot \left(\frac{1}{d} \cdot \lambda_1 + \zeta \right).$$

A szükséges számítási részeredmények a következők:

- az áramlási sebesség:

$$v_1 = \frac{q_v}{A_1} = \frac{0,314}{3,14 \cdot 10^{-2}} = 10 \left[\frac{m}{s} \right].$$

- a Reynolds szám:

$$R_{e_1} = \frac{v \cdot d}{\nu} = \frac{10 \cdot 0,2}{14,7 \cdot 10^{-6}} = 0,136 \cdot 10^6$$

- a csőúrlódási tényező:

$$\lambda = \frac{0,316}{R_e^{1/4}} = \frac{0,316}{(13,6 \cdot 10^4)^{1/4}} = 0,0165$$

A keresett kitérés

$$\Delta h_1 = \frac{1}{999,7 \cdot 9,81} \cdot \frac{1,206}{2} \cdot 10^2 \left(\frac{5}{0,2} \cdot 0,0165 + 0,5 \right) = 5,61 \cdot 10^{-3} [\text{m}] = 5,61 [\text{mm}]$$

A ② pontban bekötött nyomásmérő egyensúlyi egyenlete:

$$p_2 = p_0 + \rho_v \cdot g \cdot \Delta h_2$$

ahol

$$p_2 = p_0 + \Delta p_2.$$

E két egyenlet alapján a mérőfolyadék kitérése:

$$\Delta h_2 = \frac{1}{\rho_v \cdot g} \cdot \Delta p_2.$$

ahol Δp_2 a (2 – 2') csővezeték szakasz áramlási vesztesége:

$$\Delta p_2 = \frac{\rho_l}{2} \cdot v_2^2 \cdot \left(\frac{\Sigma l}{4 \cdot r'} \cdot \lambda_2 + \Sigma \zeta \right).$$

Ezzel a keresett kitérés:

$$\Delta h_2 = \frac{1}{\rho_v \cdot g} \cdot \frac{\rho_l}{2} \cdot v_2^2 \cdot \left(\frac{\Sigma l}{4 \cdot r'} \cdot \lambda_2 + \Sigma \zeta \right).$$

A szükséges számítási részeredmények a következők:

– az áramlási sebesség

$$v_2 = \frac{q_v}{A_2} = \frac{0,314}{2,45 \cdot 10^{-2}} = 12,82 \left[\frac{\text{m}}{\text{s}} \right].$$

– a hidraulikai sugár:

$$r' = \frac{A_2}{K_2} = \frac{2,45 \cdot 10^{-2}}{0,63} = 3,88 \cdot 10^{-2} [\text{m}].$$

– Reynolds szám:

$$R_{e_2} = \frac{v_2 \cdot 4 \cdot r'}{\nu} = \frac{12,82 \cdot 3,88 \cdot 10^{-2}}{14,7 \cdot 10^{-6}} = 13,53 \cdot 10^4.$$

– a csősúrlódási tényező:

$$\lambda_2 = \frac{0,316}{R_{e_2}^{1/4}} = \frac{0,316}{(13,53 \cdot 10^4)^{1/4}} = 0,0165.$$

A keresett kitérés

$$\Delta h_2 = \frac{1}{999,7 \cdot 9,81} \cdot \frac{1,206}{2} \cdot 12,82^2 \cdot \left(\frac{20}{4 \cdot 3,88 \cdot 10^{-2}} \cdot 0,0165 + 2,2 \right) = \\ = 4,372 \cdot 10^{-2} \text{ [m]} = 43,72 \text{ [mm]}$$

Az ① és ② pontok közé bekötött nyomásmérő kitérése

$$\Delta h = \Delta h_1 + \Delta h_2 = 5,61 \cdot 10^{-3} + 4,372 \cdot 10^{-2} = 4,933 \cdot 10^{-2} \text{ [m]} = 49,33 \text{ [mm]}$$

A ventilátor statikus nyomásnövekedése:

$$\Delta p_{st} = \rho_v \cdot g \cdot \Delta h = 999,79,81 \cdot 4,933 \cdot 10^{-2} = 483,78 \text{ [Pa]}$$

Az össznyomás növekedése pedig:

$$\Delta p_{\delta} = \Delta p_{st} + \frac{\rho_1}{2} \cdot (v_2^2 - v_1^2) = \\ = 483,78 + \frac{1,206}{2} \cdot (12,82^2 - 10^2) = 522,74 \text{ [Pa]}$$

A ventilátor hajtásához szükséges teljesítmény:

$$P = \frac{1}{\eta_{\delta}} \cdot q_v \cdot \Delta p_{\delta} = \frac{1}{0,75} \cdot 0,314 \cdot 522,74 = 218,8 \text{ [W]}.$$

2.1.2. Feladatok

F2/1. Mekkora a jellemző fordulatszáma annak a járókeréknek, melynél:

$$H = 30 \text{ [m]}; q_v = 30 \text{ [dm}^3/\text{s]}; n = 1440 \text{ [1/min]}$$

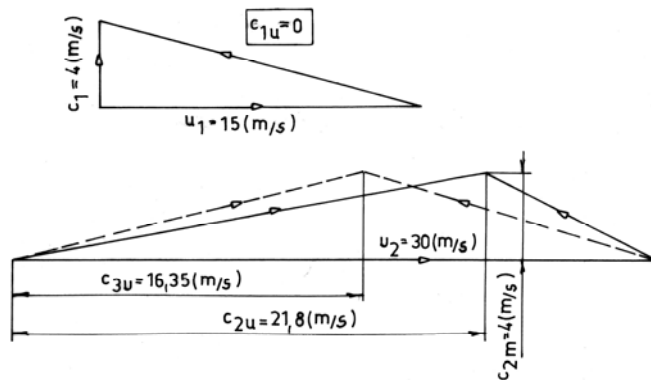
F2/2. Egy szivattyú kisminta adatai a következők:

$$D_{2m} = 200 \text{ [mm]}; H_m = 0,7 \text{ [m]}; n_m = 1440 \text{ [1/min]}$$

Milyen fordulatszámmal kell járatni a nagy kivitelt, ha: $D_2 = 2 \text{ [m]}; H = 8 \text{ [m]}$

F2/3. Ha egy szivattyú $n = 1000 \text{ [1/min]}$ fordulatszámhoz tartozó jelleggörbéjén a munkapont adatai, $H = 30 \text{ [m]}$ és $q_v = 600 \text{ [dm}^3/\text{min]}$, akkor az $n_1 = 960 \text{ [1/min]}$ fordulatszámú jelleggörbén ennek melyik pont felel meg?

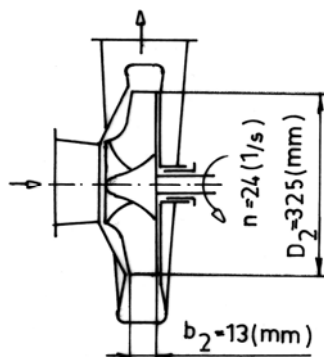
F2/4. A 76. ábrán egy radiális átömlésű szivattyú be- és kilépési sebességi háromszöge látható.



76. ábra

- mekkora a perdületadási tényező (λ)?
- mekkora a szivattyú szállítómagassága, ha a hidraulika hatásfok: $\eta_h = 0,87$?
- mekkora a szivattyú hajtásához szükséges teljesítmény, ha a járókerék kilépési keresztmetszete $A_2 = 78,5 \text{ [cm}^2\text{]}$, az összehatásfok $\eta_\theta = 0,7$ és a szállított közeg sűrűsége $998,2 \text{ [kg/m}^3\text{]}$?

F2/5. A megadott adatok alapján határozza meg, hogy milyen kilépési lapátszög (β_2) mellett valósul meg a járókerékben az előírt üzemi állapot (77. ábra).
 $H = 32 \text{ [m]}$; $q_v = 35 \cdot 10^{-3} \text{ [m}^3\text{/s]}$; $\eta_h = 0,85$; $\lambda = 0,75$; $c_{1u} = 0$



77. ábra

F2/6. A megadott adatok alapján határozza meg a perdületadási tényezőt (λ):
 $H = 10 \text{ [m]}$; $D_2 = 0,2 \text{ [m]}$; $\beta_2 = 25^\circ$; $\eta_h = 0,88$; $n = 24 \text{ [1/s]}$;
 $c_{2m} = 1,98 \text{ [m/s]}$; $c_{1n} = 0$.

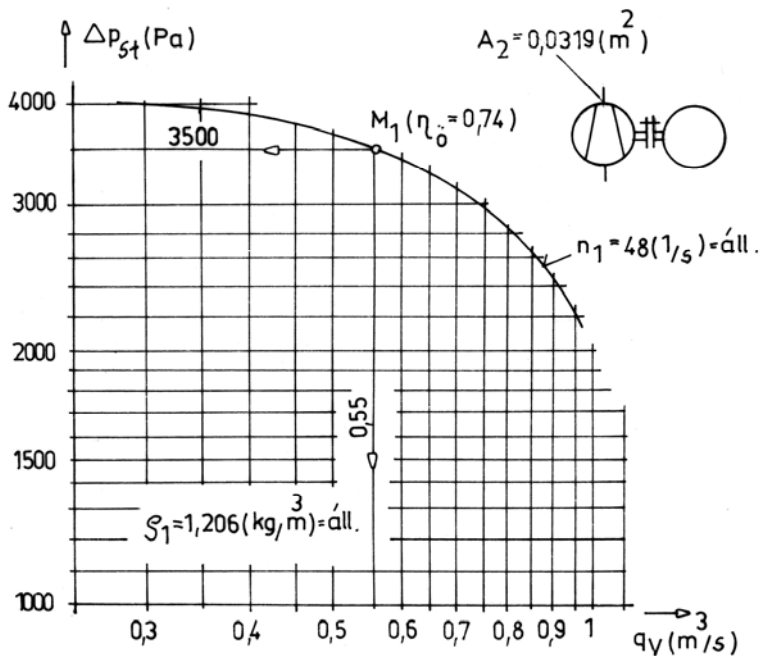
F2/7. Egy szivattyú tervezési pontjához tartozó adatok: $H = 90$ [m]; $q_v = 4 \cdot 10^{-2}$ [m³/s]; $n = 48$ [1/s]; $\rho = 998,2$ [kg/m³]

- mekkora a szivattyú jellemző fordulatszáma (n_q)?
- hogyan változik a szállítómagasság-, és a térfogatáram értéke, ha a járókerék méreteit a fordulatszám megtartásával másfélszeresre növelik (D_2)?

F2/8. Radiális átömlésű járókerekek felhasználásával milyen járókerék elrendezést alkalmazna annál a szivattyúnál, melynek az $n = 12$ [1/s] fordulatszámon a legjobb összehatásokú pontban 11 [m] szállítómagasság mellett 0,6 [m³/s] vizet kell szállítania?

F2/9. Egy ventilátor $n_1 = 48$ [1/s] fordulatszámon felvett jelleggörbéjének M_1 munkapontbeli értékei (78. ábra) a következők:

$q_{v1} = 0,55$ [m³/s]; $\Delta p_{st1} = 3500$ [Pa]; $\eta_{\delta 1} = 0,74$



78. ábra

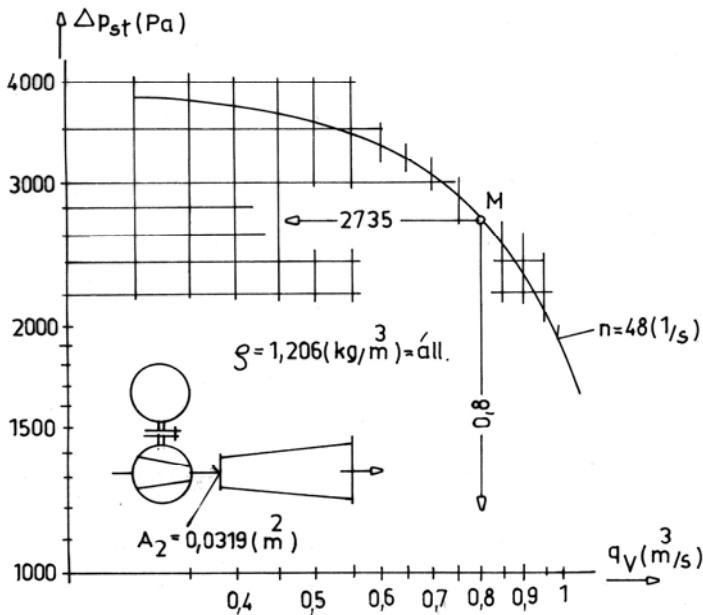
Határozza meg:

- a ventilátor hajtási teljesítmény igényét,
- az M_1 munkapontnak megfelelő M_2 munkapontbeli értékeket $n_2 = 44$ [1/s] fordulatszám esetén,
- az M_1 munkapontbeli értékeket, ha a szállított közeg sűrűsége; $\rho'_1 = 0,968$ [kg/m³].

F2/10. Egy ventilátor az M munkapontban (79. ábra) dolgozik. Az összetartozó adatok: $\Delta p_{st} = 2735$ [Pa]; $q_v = 0,8$ [m³/s]

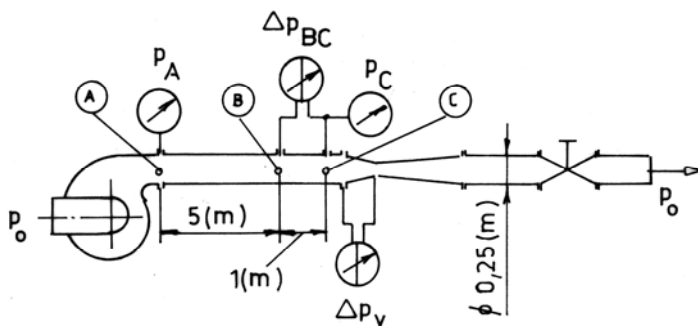
A ventilátor nyomócsonkjára egy diffúzort szerelnek, melynek végkeresztmetszete $A_3 = 2 \cdot A_2 = 0,0638$ [m²], s a hatásfoka: $\eta_d = 0,8$.

- Határozza meg az új munkapontot (M_1).
- Mennyi lesz az új munkapontban a ventilátor össznyomása (Δp_{30})?



79. ábra

F2/11. A ventilátor térfogatáramát Venturi-csővel mérik, az ehhez kapcsolt differenciál-manométeren a nyomáskülönbség: $\Delta p_v = 295$ [Pa]. A „C”-pontban a nyomás: $p_c = 1717$ [Pa] míg a jelölt 1 [m] hosszú csőszakasz nyomásesése: $\Delta p_{BC} = 49$ [Pa].



80. ábra

A Venturi-cső jellemzői: átfolyási szám: $\alpha = 1,03$

$$\text{szűkítési viszonya: } m = \left(\frac{d}{D}\right)^2 = 0,36.$$

A szállított közeg jellemzői: sűrűség: $\rho_0 = 1,206 \text{ [kg/m}^3\text{]}$

$$\text{viszkozitás: } \nu = 14,7 \cdot 10^{-6} \text{ [m}^2\text{/s]}$$

Határozza meg a nyomást az „A” pontban, továbbá a ventilátor statikus-, és össznyomását.

Megjegyzés: A Venturi-cső által mért:

$$- \text{ tömegáram: } q_m = \alpha \cdot \frac{\pi}{4} \cdot d^2 \cdot [2 \cdot \Delta p \cdot \rho_1]^{1/2} \left[\frac{\text{kg}}{\text{s}} \right]$$

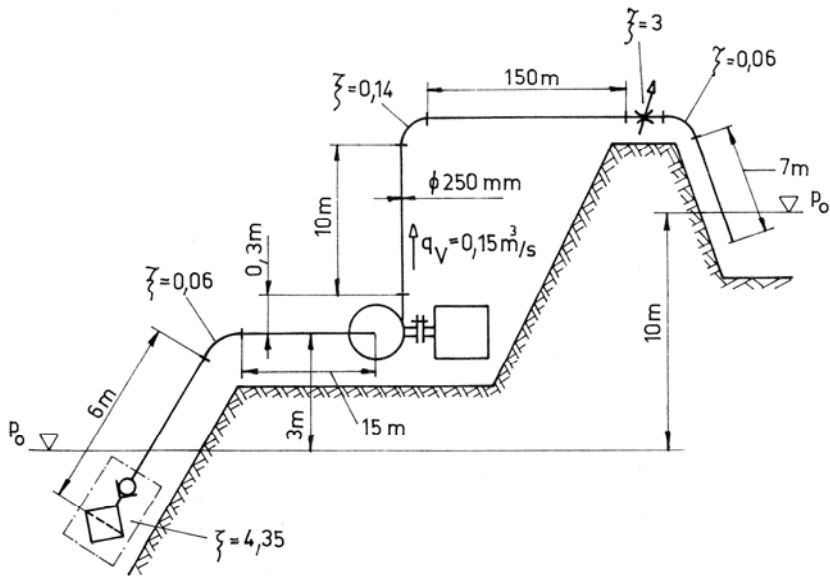
$$- \text{ térfogatáram: } q_v = \frac{q_m}{\rho_1} \left[\frac{\text{m}^3}{\text{s}} \right]$$

ahol

$$\rho_1 = \rho_0 \cdot \frac{p_0 + p_c}{p_0}; \quad p_0 = 1 \cdot 10^5 \text{ [Pa]}$$

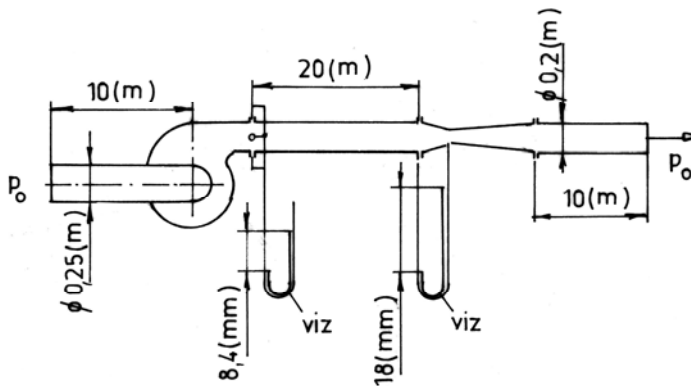
F2/12. Az átemelő szivattyú a 81. ábra szerinti csővezetéken szállítja a vizet egy folyóból az öntözőcsatornába. A csővezeték átmérője végig állandó. A szállított közeg jellemzői: $\rho = 998,7 \text{ [kg/m}^3\text{]}$; $\nu = 1,306 \cdot 10^{-6} \text{ [m}^2\text{/s]}$.

- határozza meg a szivattyú szállítómagasságát,
- a szivattyú hajtásához szükséges teljesítményt, ha $\eta_0 = 0,7$.
- mekkora a szivattyú jellemző fordulatszáma (n_q), ha $n = 30 \text{ [1/s]}$ fordulatszámmal járatják?



81. ábra

F2/13. A ventilátor jellemzőit a 82. ábra szerinti elrendezésben Venturi-csővel mérik, melynek keresztmetszet-viszonya $\frac{A_2}{A_1} = 0,5$ és a veszteségtényezője $\xi = 0,2$ (a nagyobb sebességre vonatkoztatva.)

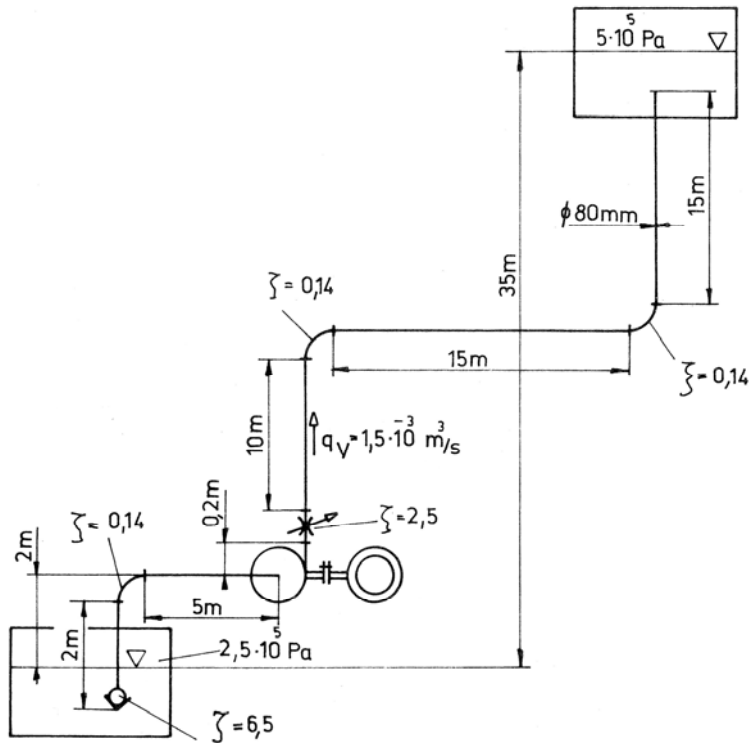


82. ábra

Az U-csöves manométerekben $999,7 \text{ [kg/m}^3\text{]}$ sűrűségű víz van. A szállított közeg jellemzői: $\rho = 1,206 \text{ [kg/m}^3\text{]}$; $\nu = 14,7 \cdot 10^{-6} \text{ [m}^2/\text{s}]$.

Határozza meg a ventilátor statikus- és össznyomását.

F2/14. A nyomásfokozóként szereplő szivattyú a 83. ábra szerinti csővezetékben $1,5 \cdot 10^{-3} \text{ [m}^3/\text{s]}$ vizet szállít az alsó zárt tartályból a felső, ugyancsak zárt térbe. A csővezeték átmérője végig állandó. A szállított köze jellemző: $\rho = 999,84 \text{ [kg/m}^3]$; $\nu = 1,789 \cdot 10^{-6} \text{ [m}^2/\text{s}]$.



83. ábra

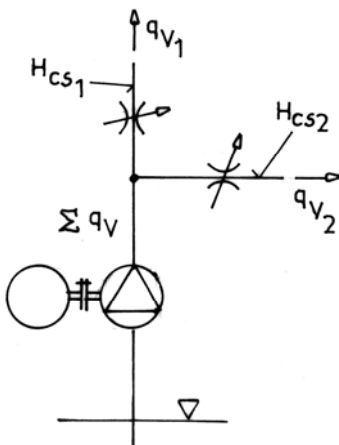
Határozza meg a szállítómagasságot és a szivattyú hasznos teljesítményét.

F2/15. Egy axiális ventilátor 1000 [1/min] üzemi fordulatszámon 20 [mm v.o] nyomáskülönbség mellett 5 [m³/s] térfogatáramú levegőt szállít, miközben a teljesítményfelvétele 2 [kW]. Ha a fordulatszámot 2500 [1/min]-re növelik, hogyan változnak meg az előbbi jellemzők?

2.2. Üzemviteli kérdések

2.2.1. Mintafeladatok

M2.4. A szivattyú, amelynek a jelleggörbáját a $H(q_v)$ képlet adja, a $H_{CS1}(q_v)$ jelleggörbájú fővezetékre dolgozik. Írja fel annak a megcsapoló vezetéknek a $H_{CS2}(q_v)$ jelleggörbe egyenletét, amelynek megnyitásával a fővezetéken a térfogatáram $q_{v1} = 480 \text{ [dm}^3/\text{min]}$ -ra csökken. A megcsapoló vezeték statikus terhelőmagassága 25 [m]



84. ábra

Egyenletek:

- szivattyú: $H(q_v) = 70 \text{ [m]} - 9 \cdot 10^4 \text{ [s}^2/\text{m}^5] \cdot q_v^2 \text{ [m}^3/\text{s]}$
- fővezeték: $H_{CS1}(q_v) = 30 \text{ [m]} + 1 \cdot 10^5 \text{ [s}^2/\text{m}^5] \cdot q_v^2 \text{ [m}^3/\text{s]}$

Zárt megcsapoló vezeték esetén a munkapontbeli térfogatáram:

$$70 - 9 \cdot 10^4 \cdot q_v^2 = 30 + 1 \cdot 10^5 \cdot q_v^2$$

$$40 = 19 \cdot 10^4 \cdot q_v^2 \rightarrow q_v = \left[\frac{40}{19} \cdot 10^{-4} \right]^{1/2} = 1,45 \cdot 10^{-2} \left[\frac{\text{m}^3}{\text{s}} \right] = 870 \left[\frac{\text{dm}^3}{\text{min}} \right]$$

A fővezeték szükséges $q_{v1} = 480 \text{ [dm}^3/\text{min}] = 8 \cdot 10^{-3} \text{ [m}^3/\text{s]}$ térfogatárama esetén a terhelőmagasság:

$$H_{CS1} = 30 + 1 \cdot 10^5 (8 \cdot 10^{-3})^2 = 36,4 \text{ m}$$

Ekkor a szivattyú térfogatárama:

$$H = 70 - 9 \cdot 10^4 \cdot q_v^2 = 36,4 \text{ [m]}$$

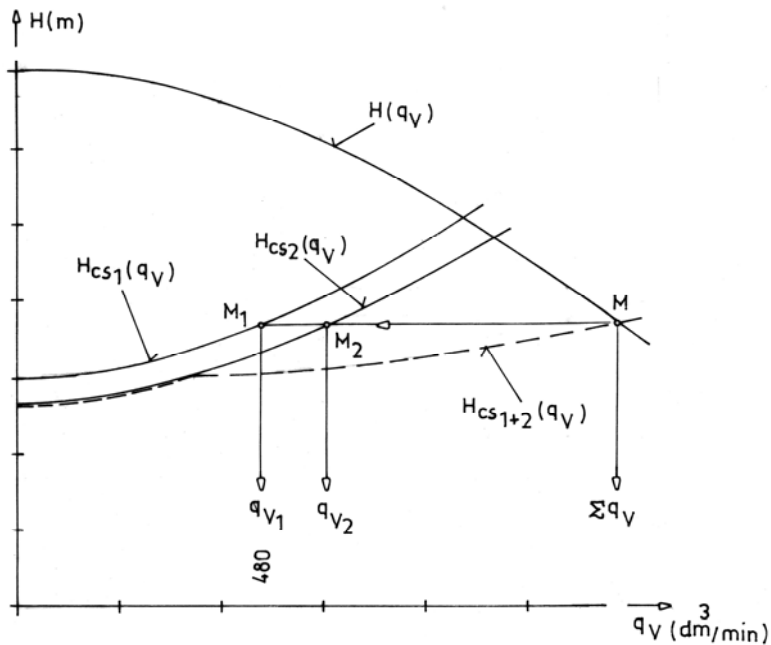
ebből

$$q_v = \Sigma q_v = \left[\frac{33,6}{9} \cdot 10^{-4} \right]^{1/2} = 1,93 \cdot 10^{-2} \left[\frac{\text{m}^3}{\text{s}} \right] = 1158 \left[\frac{\text{dm}^3}{\text{min}} \right].$$

A megcsapoló vezetéken a térfogatáram:

$$q_{v2} = \Sigma q_v - q_{v1} = 1,93 \cdot 10^{-2} - 0,8 \cdot 10^{-2} = 1,13 \cdot 10^{-2} \left[\frac{\text{m}^3}{\text{s}} \right] = 678 \left[\frac{\text{dm}^3}{\text{min}} \right].$$

A viszonyok a $H - q_v$ számsíkon a 85. ábrán láthatók.



85. ábra

A megcsapoló vezeték egyenlete tehát:

$$H_{cs2} = 25 + x \cdot q_{v2}^2 \quad \text{ahol} \quad H_{cs2} = 36,4 \text{ [m]}; \quad q_{v2} = 1,13 \cdot 10^{-2} \left[\frac{\text{m}^3}{\text{s}} \right]$$

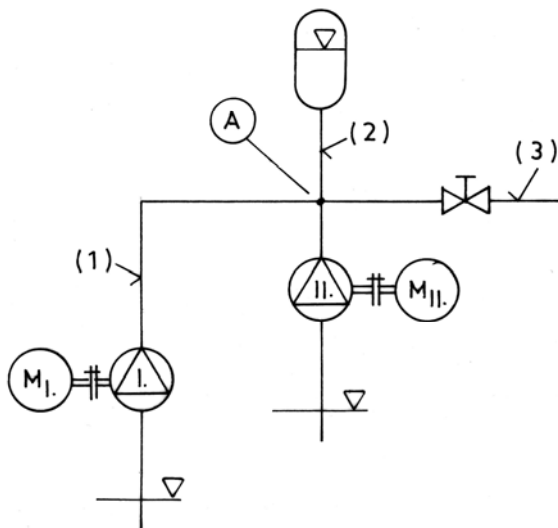
$$36,4 = 25 + x \cdot q_{v2}^2 \rightarrow x \cdot q_{v2}^2 = 36,4 - 25 = 11,4 \text{ [m]}$$

$$x = \frac{11,4}{q_{v2}^2} = \frac{11,4}{1,13^2} \cdot 10^4 = 8,928 \cdot 10^4 \left[\frac{\text{s}^2}{\text{m}^5} \right].$$

A keresett jelleggörbe egyenlete tehát

$$H_{cs2}(q_v) = 25 \text{ [m]} + 8,928 \cdot 10^4 \left[\frac{\text{s}^2}{\text{m}^5} \right] q_v^2 \left[\frac{\text{m}^3}{\text{s}} \right].$$

M2.5. Két párhuzamosan kapcsolt szivattyú két darab ugyancsak párhuzamosan kapcsolt fogyasztót egyidejűleg táplál (86. ábra). A megadott adatok alapján a $H - q_v$ koordináta rendszerben grafikusán határozza meg a rendszer eredő (M)-, és az egyes szivattyúk saját munkapont (M_I ; M_{II})-beli adatait. Határozza meg továbbá a szivattyúk hajtási teljesítményigényét.



86. ábra

Adatok:

– jelleggörbe egyenletek:

$$H_I = 50 - 0,2 \cdot q_v^2$$

$$H_{II} = 35 - 0,3 \cdot q_v^2$$

$$H_{cs1} = 10 + 0,3 \cdot q_v^2$$

$$H_{cs2} = 2,5 + 0,4 \cdot q_v^2$$

$$H_{cs3} = 5 + 1 \cdot q_v^2$$

– a munkapontbeli hatásfokok: $M_I \rightarrow \eta_{\delta 1} = 0,75$; $M_2 \rightarrow \eta_{\delta 2} = 0,8$

Megjegyzés: A jelleggörbe egyenletekben a szállítómagasság [m]-ben, a térfogatáram pedig [dm³/min]-ben helyettesítendő.

Az I-es szivattyút át kell helyezni az összefolyási (A) pontba. A helyettesítő szivattyú egyenlete a következő:

$$H'_I = H_I - H_{cs1} = 50 - 0,2 \cdot q_v^2 - 10 - 0,3 \cdot q_v^2 = 40 - 0,5 \cdot q_v^2$$

A jelleggörbék pontbeli értékeit célszerű táblázatosan összefoglalni.

$q_v \text{ (dm}^3\text{/min)}$	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$H_I \text{ (m)}$	50	49,8	49,2	48,2	46,8	45	42,8	40,2	37,2	33,8	30
$H_{cs1} \text{ (m)}$	10	10,3	11,2	12,7	14,8	17,5	20,8	24,7	29,2	34,3	40
$H_I' \text{ (m)}$	40	39,5	38	35,5	32	27,5	22	15,5	8		
$H_{II} \text{ (m)}$	35	34,7	33,8	32,3	30,2	27,5	24,2	20,3	15,8	10,7	5
$H_{cs2} \text{ (m)}$	2,5	2,9	4,1	6,1	8,9	12,5	16,9	22,1	28,1	38,9	42
$H_{cs3} \text{ (m)}$	5	6	9	14	21	30	41	54	69	86	105

Az egyenletekkel megadott jelleggörbék, ill. a párhuzamos kapcsolás eredő jelleggörbéi a 87. ábrán láthatók.

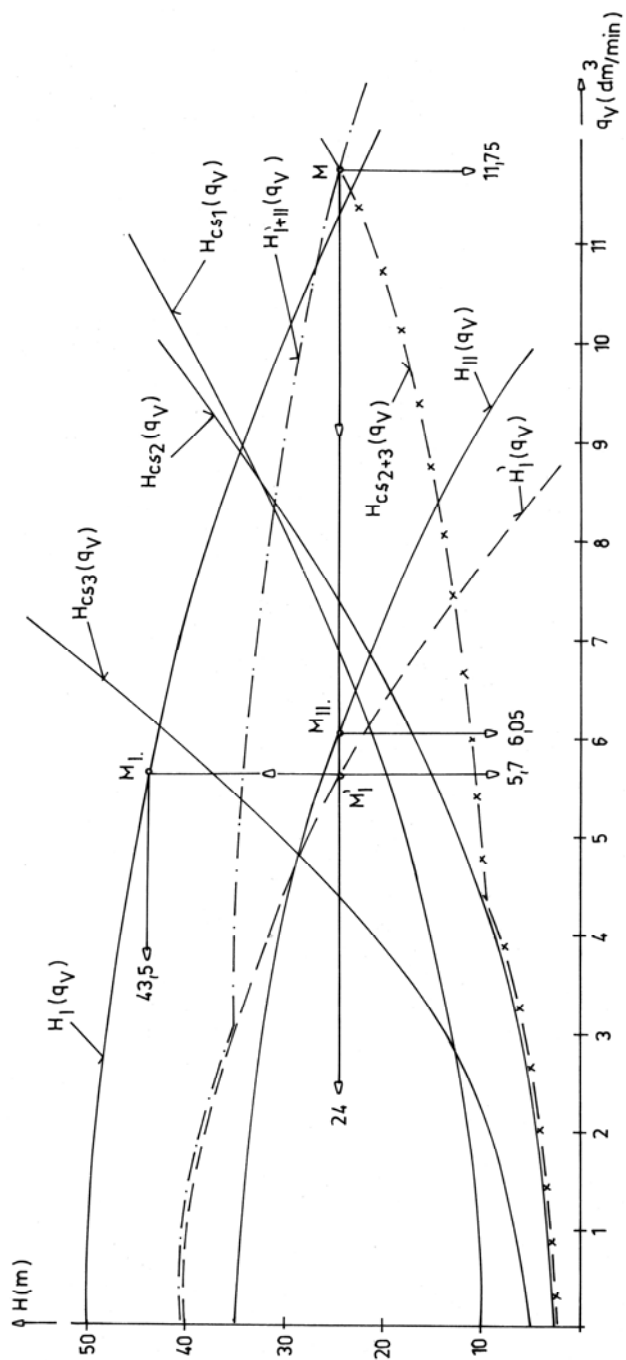
A munkapontbeli értékek:

- a rendszer eredő munkapontja (M) $\Sigma q_v = 11,7 \text{ [dm}^3\text{/min]}$ $H = 24 \text{ [m]}$
- a szivattyúk saját munkapontjai:
- $M_I : q_{vI} = 5,7 \text{ [dm}^3\text{/min]}$; $H_I = 43,5 \text{ [m]}$
- $M_{II} : q_{vII} = 6,05 \text{ [dm}^3\text{/min]}$; $H_{II} = 24 \text{ [m]}$

A szivattyúk hajtásához szükséges teljesítmények:

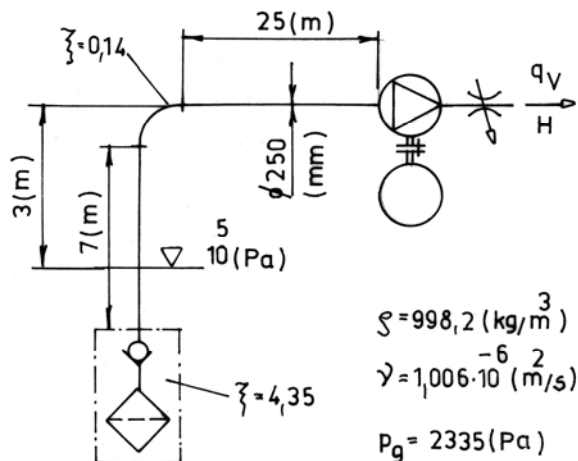
$$P_I = \frac{1}{\eta_{\delta I}} \cdot \rho \cdot g \cdot q_{vI} \cdot H_I = \frac{1}{0,75} \cdot 998,2 \cdot 9,81 \cdot 9,5 \cdot 10^{-5} \cdot 43,5 = \mathbf{539,5 \text{ [W]}}$$

$$P_{II} = \frac{1}{\eta_{\delta II}} \cdot \rho \cdot g \cdot q_{vII} \cdot H_{II} = \frac{1}{0,8} \cdot 998,2 \cdot 9,81 \cdot 10^{-4} \cdot 24 = \mathbf{293,77 \text{ [W]}}.$$



87. ábra

M2.6. Adott szivattyú (jelleggörbéi ld. 89. ábra) a 88. ábra szerinti szívóvezetéken keresztül egy csőrendszerre dolgozva, a nyomóági tolózár egy közbenső állása mellett $q_v = 0,091 \text{ [m}^3/\text{s]}$ $20 \text{ [}^\circ\text{C]}$ -os vizet szállít (M munkapont).



88. ábra

Határozza meg, hogy a tolózár nyitásával a térfogatáram meddig növelhető úgy, hogy a kavitációs üzemállapot még ne lépjen fel?

Ennek megítéléséhez a szivattyú kritikus szívási energiamagasságát (NPSH) kell összehasonlítani a berendezés szívási energiamagasságával (NPSH_b).

A kavitációmentes üzem feltétele, hogy a munkapontban a berendezés szívási energiamagassága nagyobb legyen, mint a szivattyú kritikus szívási energiamagassága. Mindenek előtt tehát meg kell határozni az (NPSH_b) = f(q_v) görbét.

$$\text{NPSH}_b = \frac{1}{\rho \cdot g} \cdot (p_0 - p_g) - H_{sg} - h'_s = \frac{1}{\rho \cdot g} \cdot (p_0 - p_g) - H_{sg} - k \cdot q_v^2$$

ahol

p_0 – a szívott folyadékszint feletti nyomás = $1 \cdot 10^5 \text{ [Pa]}$

p_g – az adott hőmérséklethez tartozó telített gőznyomás = 2335 [Pa]

H_{sg} – a geodetikus szívómagasság = 3 [m]

h'_s – a szívócső áramlási veszteségmagassága $[\text{m}]$

k – a szívócső csővezetéki állandója: $[\text{s}^2/\text{m}^5]$

A szívócső csővezetéki állandója:

$$k = \frac{1}{2 \cdot g \cdot A^2} \cdot \left(\frac{\Sigma l}{d} \cdot \lambda + \Sigma \xi \right)$$

ahol

$$d = 0,25 \text{ [m]}$$

$$A = \frac{\pi}{4} \cdot d^2 = 4,91 \cdot 10^{-2} \text{ [m}^2\text{]}$$

$$\Sigma l = 7 + 25 = 32 \text{ [m]}$$

$$\Sigma \xi = 4,35 + 0,14 = 4,49$$

λ – a csősúrlódási tényező, értéke a Reynolds – számtól függ.

A Reynolds-szám:

$$R_e = \frac{v \cdot d}{\nu} = \frac{1,85 \cdot 0,25}{1,006 \cdot 10^{-6}} = 10^6 \cdot 0,4625 > 2320 .$$

ahol

$$v = \frac{q_v}{A} = \frac{0,091}{4,91 \cdot 10^{-2}} = 1,85 \text{ [m/s]} .$$

A csősúrlódási tényező pedig:

$$\lambda = \frac{0,316}{R_e^{1/4}} = \frac{0,316}{(46,25 \cdot 10^4)^{1/4}} = 1,22 \cdot 10^{-2} .$$

Így a csővezetéki állandó:

$$k = \frac{1}{2 \cdot g \cdot A^2} \cdot \left(\frac{\Sigma l}{d} \cdot \lambda + \Sigma \xi \right) = \frac{1}{2 \cdot 9,81 \cdot 24,11 \cdot 10^{-4}} \cdot \left(\frac{32}{0,25} \cdot 1,22 \cdot 10^{-2} + 4,49 \right) =$$

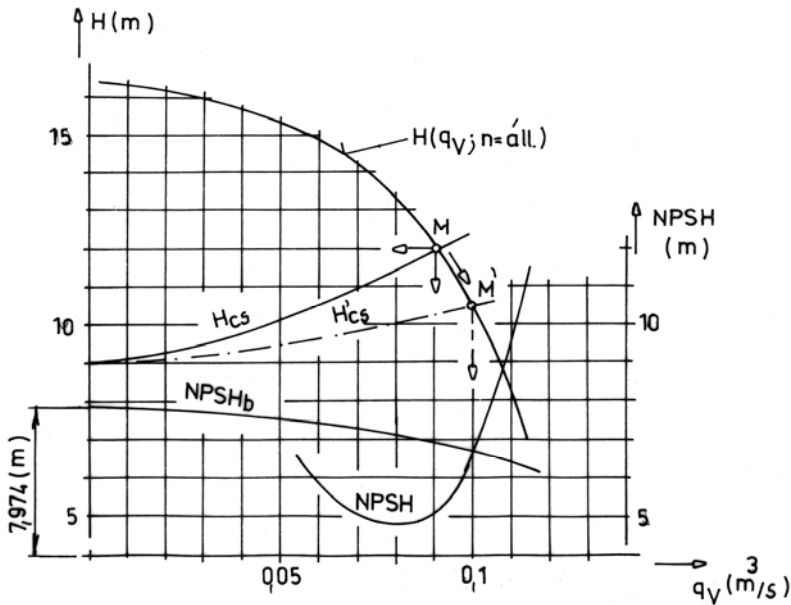
$$= 127,8 \text{ [s}^2/\text{m}^5\text{]}$$

A görbe pontjai az egyenlet alapján:

$q_v (\text{m}^3/\text{s})$	0,03	0,04	0,05	0,06	0,07	0,08	0,09	0,1	0,11	0,12
$k \cdot q_v^2 (\text{Pa})$	0,12	0,21	0,33	0,48	0,65	0,85	1,078	1,33	1,61	1,92
$\text{NPSH}_b (\text{m})$	7,854	7,764	7,644	7,494	7,324	7,124	6,896	6,644	6,364	6,054

A tolózár nyitásával a szivattyú térfogatáramát növelve látható, hogy a kritikus állapot a $q_v = 0,1 \text{ [m}^3/\text{s]}$ értéknél (**M' munkapont**) adódik, ugyanis e térfogatáramnál a görbék metszése révén a két szívási energiamagasság

egyenlő. A tolózárát tovább nyitva a kavitációs üzemállapot miatt a szivattyú térfogatárama tovább nem növekszik.



89. ábra

M2.7. Adott jelleggörbéjű (91. ábra) ventilátor a 90. ábrán szereplő csővezeték rendszerre dolgozik.

- határozza meg a ventilátor csővezeték-rendszer munkapontját,
- válassza ki a ventilátor hajtásához szükséges villamos motort,
- határozza meg a gépcsoport indítást követő felfutási idejét.

A munkapont kijelöléséhez mindenek előtt a csővezeték jelleggörbéjének egyenletét kell meghatározni.

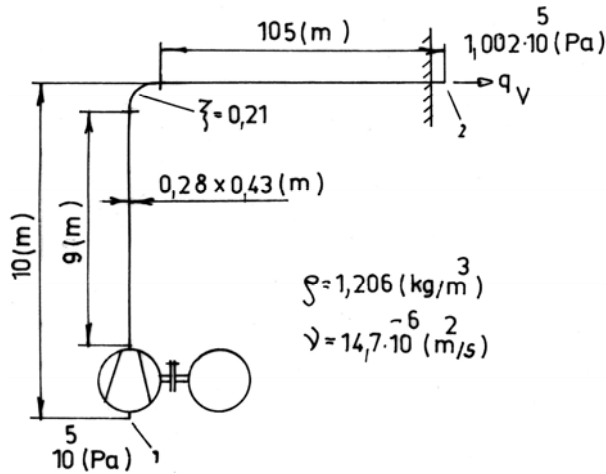
$$\Delta p_{cs}(q_v) = \Delta p_{st} + \Delta p' = \Delta p_{st} + k \cdot q_v^2$$

ahol

Δp_{st} – a zérus térfogatáramhoz tartozó statikus nyomásterhelés.

$$\Delta p_{st} = (p_2 - p_1) + \rho g H = (1,002 - 1) \cdot 10^5 + 1,206 \cdot 9,81 \cdot 10 = 318,31 \text{ [Pa]}$$

$\Delta p'$ – a csővezeték – rendszer áramlási vesztesége = $k q_v^2$



90. ábra

A csővezetéki állandó:

$$k = \frac{\rho}{2 \cdot A_2^2} \cdot \left(\frac{\sum l}{4 \cdot r'} \cdot \lambda + \sum \xi \right)$$

A továbbiakban egy átlag csőszűrlődési tényezővel számolva, a $0 \leq q_v \left[\frac{\text{m}^3}{\text{s}} \right] \leq 2$ térfogatáram tartománynak megfelelő átlagos áramlási sebesség a nyomóvezetékben:

$$v_2 = \frac{q_v}{A_2} = \frac{1}{0,12} = 8,33 \left[\frac{\text{m}}{\text{s}} \right]$$

A hidraulikai sugár a méretek ismeretében:

$$r' = \frac{A_2}{K} = \frac{0,12}{2 \cdot 0,28 + 2 \cdot 0,43} = \frac{0,12}{1,42} = 8,45 \cdot 10^{-2} \text{ [m]}$$

A Reynolds-szám:

$$R_e = \frac{v_2 \cdot 4 \cdot r'}{\nu} = \frac{8,33 \cdot 8,45 \cdot 10^{-2}}{14,7 \cdot 10^{-6}} = 19,15 \cdot 10^4.$$

A csőszűrlődési tényező pedig:

$$\lambda = \frac{0,316}{R_e^{1/4}} = \frac{0,316}{(19,15 \cdot 10^4)^{1/4}} = 1,51 \cdot 10^{-2}.$$

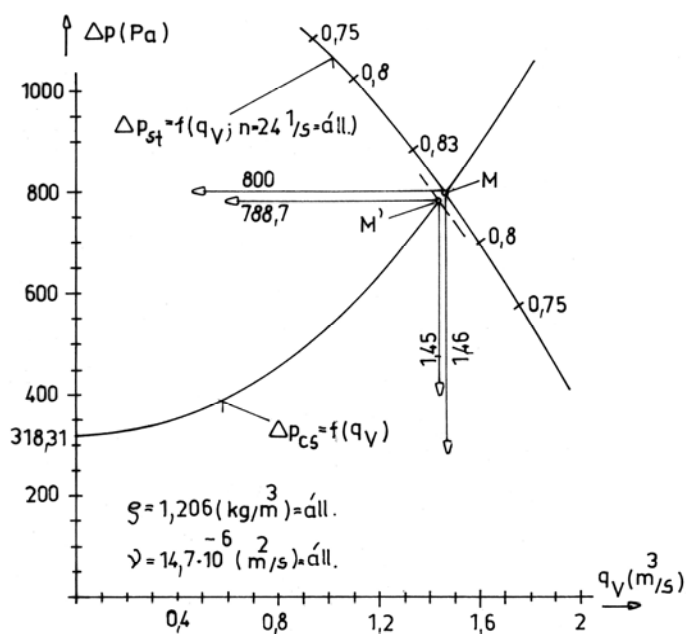
Ezekkel a csővezetéki állandó:

$$k = \frac{1,206}{2 \cdot 0,12^2} \cdot \left(\frac{116}{4 \cdot 8,45 \cdot 10^{-2}} \cdot 1,51 \cdot 10^{-2} + 0,21 \right) = 225,8 \left[\frac{\text{kg}}{\text{m}^7} \right].$$

A csővezeték jelleggörbe pontjai a $\Delta p_{cs}(q_v) = \Delta p_{st} + k q_v^2$ egyenlet alapján:

$q_v (\text{m}^3/\text{s})$	0,4	0,8	1,2	1,6	2
$k \cdot q_v^2 (\text{Pa})$	36,13	144,5	325,15	578	903,2
$\Delta p_{cs} (\text{Pa})$	354,44	462,8	643,5	896,3	1221,5

A kialakult munkapontot a 91. ábra mutatja



91. ábra

A munkapont (M)-beli adatok: $q_v = 1,46 [\text{m}^3/\text{s}]$; $\Delta p_{st} = 800 [\text{Pa}]$; $\eta_0 = 0,815$.

A hajtási teljesítmény-igény meghatározásához ki kell számítani az össznyomást:

$$\Delta p_0 = \Delta p_{st} + p_{2_{din}} = \Delta p_{st} + \frac{\rho}{2} v_2^2 = 800 + \frac{1,206}{2} \cdot 12,16^2 = 889,26 [\text{Pa}]$$

ahol

$$v_2 = \frac{q_v}{A_2} = \frac{1,46}{0,12} = 12,16 \left[\frac{\text{m}}{\text{s}} \right].$$

A ventilátor hajtásához szükséges teljesítmény:

$$P = \frac{1}{\eta_0} \cdot q_v \cdot \Delta p_0 = \frac{1}{0,815} \cdot 1,46 \cdot 889,26 = \mathbf{1593 \text{ [W]}}$$

A választott villamos motor (ld. Függelék): **VZ90L4**:

$$P = 1,5 \text{ [kW]}; n = 23,83 \text{ [1/s]}; GD^2 = 0,172 \text{ [Nm}^2\text{]}; \frac{T_b}{T_n} = 2,8; \frac{T_i}{T_n} = 2,3.$$

A fordulatszám eltérés miatt a munkapontbeli (M) értékeket át kell számítani a tényleges fordulatszámra: $n_{\bar{u}} = 23,83 \text{ [1/s]}$. Ez az affinitás összefüggések felhasználásával lehetséges:

$$q'_v = \frac{n_{\bar{u}}}{n} \cdot q_v = \frac{23,83}{24} \cdot 1,46 = \mathbf{1,45 \left[\frac{\text{m}^3}{\text{s}} \right]}$$

$$\Delta p'_{st} = \left(\frac{n_{\bar{u}}}{n} \right)^2 \cdot \Delta p_{st} = \left(\frac{23,83}{24} \right)^2 \cdot 800 = \mathbf{788,7 \text{ [Pa]}}$$

$$\Delta p'_0 = \left(\frac{n_{\bar{u}}}{n} \right)^2 \cdot \Delta p_0 = \left(\frac{23,83}{24} \right)^2 \cdot 889,26 = \mathbf{876,7 \text{ [Pa]}}$$

$$P' = \left(\frac{n_{\bar{u}}}{n} \right)^3 \cdot P = \left(\frac{23,83}{24} \right)^3 \cdot 1593 = \mathbf{1559 \text{ [W]}}$$

A gépcsoport felfutási idejének a kiszámításához előjáróban meg kell határozni egyrészt a ventilátor hajtásához szükséges nyomatékot – $T_v = f(n)$, másrészt a választott villamos motor által leadott nyomatékot – $T_m = f(n)$ – a fordulatszám függvényében.

Ezek rendre a következők:

- a ventilátor hajtásához szükséges nyomaték a fordulatszámmal négyzetesen változik:

$$T_v = \frac{P'}{2 \cdot \pi \cdot n_{\bar{u}}} \cdot \left(\frac{n}{n_{\bar{u}}} \right)^2 \text{ [Nm]}.$$

A számítás eredményeit a következő táblázat tartalmazza:

$n_0 = 23,83 (1/s)$	$n (1/s)$	4	8	12	16	20	24
$P = 1559 (W)$	$T_v (Nm)$	0,294	1,17	2,64	4,7	7,34	10,57

- a választott villamos motor névleges értékre vonatkoztatott nyomatékviszonyát $\left(\frac{T}{T_n}\right)$ a szlip (s) függvényében a gyártó megadta. Ezek ismeretében a $T_m = f(n)$ jelleggörbe pontjai a következő összefüggésekkel határozhatók meg:

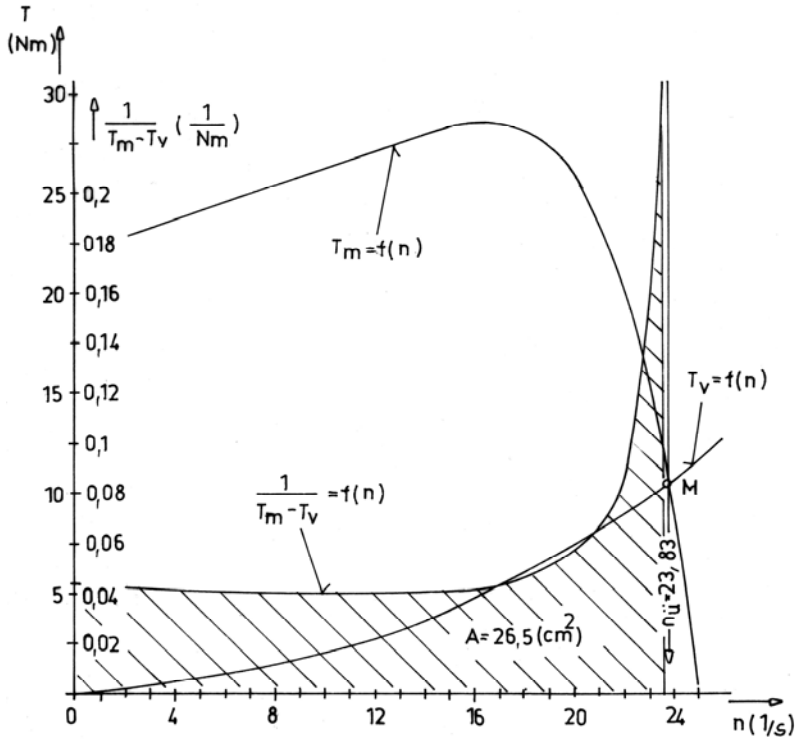
$$T_m = \left(\frac{T}{T_n}\right) \cdot T_n ; \quad n = n_0 (1 - s)$$

ahol

$n_0 = 25 [1/s]$ a megfelelő szinkron fordulatszám.

Megadott			Számított	
$T_n = 10,045 (Nm)$	$\frac{T}{T_n}$	s	$n (1/s)$	$T_m (Nm)$
	0,241	0,00971	24,75	2,42
	0,487	0,01975	24,5	4,89
	0,739	0,0309	24,23	7,42
	1	0,0436	23,91	10,045
	1,271	0,0584	23,54	12,77
	1,557	0,07654	23,1	15,64
	2,599	0,2	20	26,11
	2,82	0,4	15	28,33
	2,625	0,6	10	26,37
	2,39	0,8	5	24
	2,184	1	0	21,94

A jelleggörbe pontok ismeretében a nyomatékfüggvények felrajzolhatók (92. ábra)



92. ábra

A felfutási idő: $t = 2 \cdot \pi \cdot \Sigma \Theta \int_0^{0,98 n_u} \frac{dn}{T_m - T_v}$

ahol

$\Sigma \Theta$ – a villamos motor tengelyére redukált tehetetlenségi nyomaték.
Jelen esetben a közvetlen hajtáskapcsolat miatt a két gép azonos fordulatszámmal forog, a forgórészek tehetetlenségi nyomatéka közvetlenül összeadható

$$\Sigma \Theta = \Theta_v + \Theta_m = 0,875 + \frac{G \cdot D^2}{4 \cdot g} = 0,875 + \frac{0,172}{4 \cdot 9,81} = 0,8794 \text{ [kg} \cdot \text{m}^2 \text{]}$$

Az $\int_0^{0,98n_u} \frac{dn}{T_m - T_v}$ értékének a meghatározásához mindenképp meg kell

szerkeszteni az $\frac{1}{T_m - T_v} = f(n)$ függvényt. (ld. 92. ábra). Ennek

ismeretében az integrál értéke, azaz a görbe alatti terület grafikus integrálással (planimetrálással) határozható meg. A görbe alatti terület:

$$A = 26,5 \text{ [cm}^2\text{]}.$$

A felvett lépték $-1 \text{ [cm}^2\text{]} = 0,04 \left[\frac{1}{\text{N} \cdot \text{m} \cdot \text{s}} \right]$ – ismeretében az integrál értéke

$$K = 26,5 \cdot 0,04 = 0,06 \left[\frac{1}{\text{N} \cdot \text{m} \cdot \text{s}} \right]$$

Ezzel a felfutási idő:

$$t = 2 \cdot \pi \cdot \Sigma \Theta \cdot K = 2 \cdot \pi \cdot 0,8794 \cdot 1,06 = \mathbf{5,85 \text{ [s]}}.$$

2.2.2. Feladatok

F2/16. Egy rendszer vízáram igényét az $n = 24,33 \text{ [1/s]}$ fordulatszámu, CP–100–6 típusú örvényszivattyú (jelleggörbéit ld. F/11. ábra) biztosítja.

- határozza meg a szivattyú-csővezeték rendszer munkapontját.

A csővezeték jelleggörbéjének egyenlete:

$$H_{cs}(q_v) = 116,76 \text{ [m]} + 4348,34 \text{ [s}^2/\text{m}^5\text{]} q_v^2$$

- határozza meg a munkapont helyét, ha az igényelt $- q_v = 40 \cdot 10^{-3} \text{ [m}^3/\text{s}\text{]} -$ térfogatáramot a tolózár ellenállásának változtatásával állítják be.
- mennyivel csökken a berendezés hatásfoka ez esetben az eredeti állapothoz képest?

F2/17. A nyitott felszínű medencéket (93. ábra) egy $n = 24 \text{ [1/s]}$ fordulatszámu BKB125/300 típusú örvényszivattyú (jelleggörbéit ld. F/12 ábra) látja el vízzel. A rendszernek három üzemmódja lehetséges:

- **egyidejű:** mindkét medencébe szállít
- **egyedi:** a megfelelő tolózárak nyitott/zárt állapota mellett csak egyik, ill. a másik medencébe szállít.

A csővezetékek egyenletei:

„1” jelű csővezeték (tart a szívókosárból a szivattyú utáni elágazási pontig):

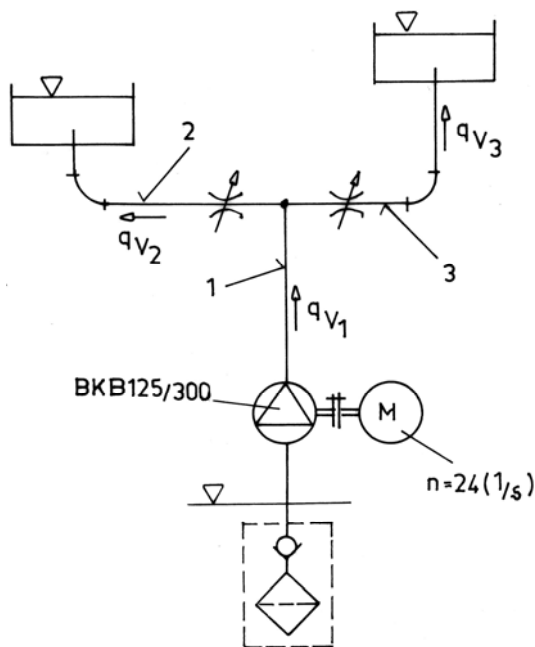
$$H_{cs1}(q_v) = 12 \text{ [m]} + 3566,17 \text{ [s}^2/\text{m}^5] q_v^2$$

„2” jelű csővezeték (tart az elágazási ponttól a baloldali tartályig):

$$H_{cs2}(q_v) = 5 \text{ [m]} + 0,037 \cdot 10^6 \text{ [s}^2/\text{m}^5] q_v^2$$

„3” jelű csővezeték (tart az elágazási ponttól a jobb oldali tartályig):

$$H_{cs3}(q_v) = 8 \text{ [m]} + 6741,4 \text{ [s}^2/\text{m}^5] q_v^2$$



93. ábra

Határozza meg a három üzemállapotnak megfelelő munkapontokat.

F2/18. A 94. ábra szerinti elrendezésben egy BKS 200/274 (ld. F/15 ábra) és egy BKS 200/294 típusjelű (ld. F/16. ábra) szivattyú párhuzamos – és egyedi üzemben egyaránt dolgozhat. Határozza meg a **párhuzamos**-, és az **egyedi** üzemmódokhoz tartozó munkapontokat.

A csővezetékek egyenletei:

„1”jelű (tart a szívókosártól az összefolyási pontig):

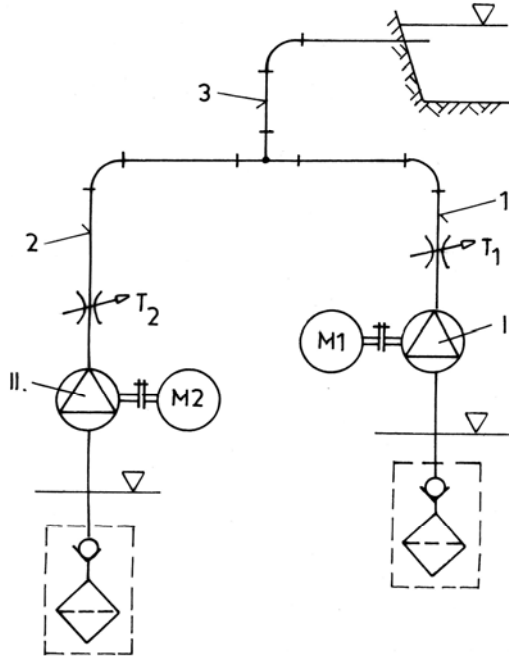
$$H_{cs1}(q_v) = 4 \text{ [m]} + 200 \text{ [s}^2/\text{m}^5] q_v^2$$

„2” jelű (tart a szívókosárból az összefolyási pontig):

$$H_{cs2}(q_v) = 6 \text{ [m]} + 500 \text{ [s}^2/\text{m}^5] q_v^2$$

„3” jelű (tart az összefolyási ponttól a tartályig):

$$H_{cs3}(q_v) = 14 \text{ [m]} + 185 \text{ [s}^2/\text{m}^5] q_v^2$$



94. ábra

F2/19. A 95. ábrán látható rendszer vízáram igényét egy $n = 24 \text{ [1/s]}$ fordulatszámú, BKA 125/265 típusjelű (ld. F/13. ábra) szivattyú biztosítja.

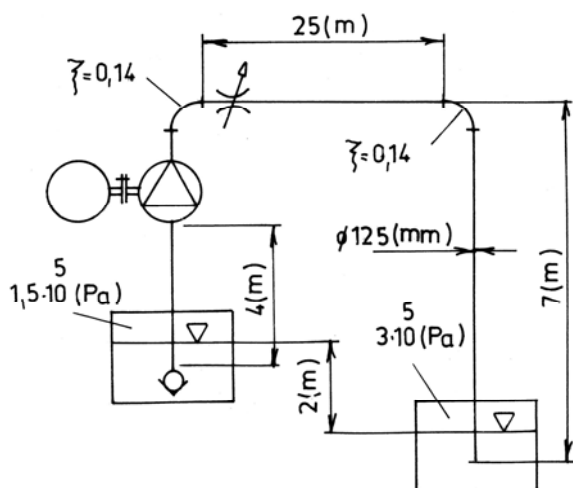
A szállított víz jellemzői:

$$\rho = 999,7 \text{ [kg/m}^3]$$

$$\nu = 1,906 \cdot 10^{-6} \text{ [m}^2/\text{s]}$$

- határozza meg nyitott tolózár állás ($\zeta = 0,23$) mellett a csővezeték egyenletét, majd a rendszer munkapontját.

- határozza meg a munkapont helyét, ha az igényelt térfogatáramot – $q_v = 20 \cdot 10^{-3} \text{ [m}^3/\text{s]}$ – a tolózár ellenállásának változtatásával állítják be. Mennyivel csökken a berendezés hatásfoka ez esetben a teljesen nyitott állapothoz képest?



95. ábra

F2/20. Egy szivattyú $q_v = 3 \cdot 10^{-2} \text{ [m}^3/\text{s]}$ $90 \text{ [}^\circ\text{C]}$ -os vizet szállít a $2 \cdot 10^5 \text{ [Pa]}$ nyomású szivótartályból a $3 \cdot 10^5 \text{ [Pa]}$ nyomású térbe. A nyomótér szintje a szivótartály szintje felett 50 [m] magasságban van. A szívó-, ill. a nyomóvezeték veszteségmagassága az üzemi pontban $h_{s'} = 3,5 \text{ [m]}$, ill. $h_m' = 10 \text{ [m]}$. Megfelel-e kavitációs szempontból a fenti szivattyú 12 [m] -es geodetikus szívómagassága, ha az üzemi pontban a kavitációs szám: $\sigma = 0,185$ és a belépő él magassága $\Delta z = 100 \text{ [mm]}$?

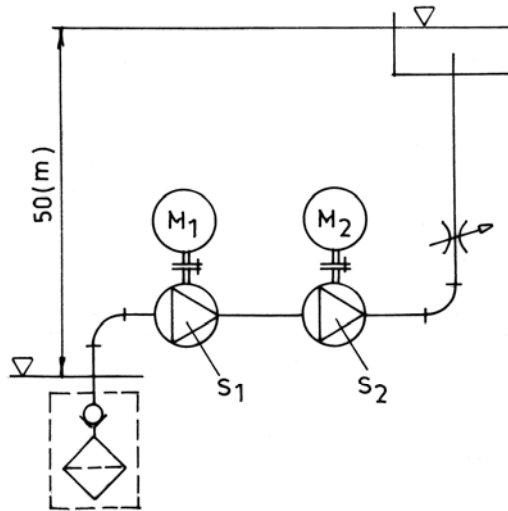
F2/21. Adott csővezetékrendszert egy $n = 24,33 \text{ [1/s]}$ fordulatszámú CP-90-4 típusjelű (ld. F/10. ábra) szivattyú táplál. A csővezetékrendszer egyenlete:

$$H_{cs}(q_v) = 40 \text{ [m]} + 3,5 \cdot 10^4 \text{ [s}^2/\text{m}^5] q_v^2$$

- mennyi a szivattyú térfogatárama-, és szállítómagassága ebben az üzemállapotban?
- milyen új fordulatszámot kell beállítani, ha térfogatáramot a munkapontbeli érték 80 [%] -ra akarják csökkenteni?

F2/22. Örvényszivattyúval $q_v = 50 \cdot 10^{-3} \text{ [m}^3/\text{s]}$ vízmennyiséget kell 50 [m] geodetikus magasságra szállítani. A feladatot két különböző jelleggörbéjű szivattyú sorba kapcsolásával (96. ábra) oldották meg. Az S_1 jelű szivattyú szállítómagassága ebben az üzemállapotban $H_1 = 25 \text{ [m]}$.

- mennyi az S_2 jelű szivattyú szállítómagassága és hasznos teljesítménye ez esetben, ha csővezetéki állandó: $k = 2125 \text{ [s}^2/\text{m}^5]$ és a víz sűrűsége: $\rho = 999,7 \text{ [kg/m}^3]$?



96. ábra

F2/23. Határozza meg a szükséges geodetikus hozzáfolyást, ha a szivattyú olyan térből szív, amelyben a folyadékfelszín felett az adott hőmérséklethez tartozó telített gőznyomás uralkodik. A szivattyú térfogatárama $q_v = 12 \cdot 10^{-3} \text{ [m}^3/\text{s]}$, a szállítómagassága $H = 50 \text{ [m]}$. A szívócső hossza 10 [m], belső átmérője 80 [mm], s a vezetékben két darab 0,24 veszteségtényezőjű könyök van. A kavitációs szám: 0,12. A járókerék lapátok belépő élének legfelső pontja a szívócsonk középvonalától 100 [mm].

A szállított közeg jellemzői: $\rho = 988,1 \text{ [kg/m}^3]$

$$\nu = 0,556 \cdot 10^{-6} \text{ [m}^2/\text{s]}$$

$$p_g = 12580 \text{ [Pa]}$$

F2/24. Egy BKF 200/335 típusjelű szivattyú (ld. F/16. ábra) párhuzamos kötésben egy tárolómedencét és egy fogyasztói vezetéket táplál.

Az egyes csővezetékek egyenletei:

„1” jelű (tart a szívókosártól az elágazási pontig):

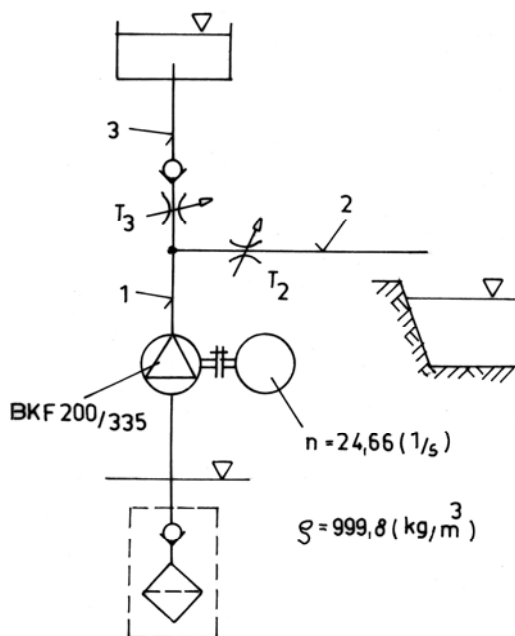
$$H_{cs1}(q_v) = 10 \text{ [m]} + 275 \text{ [s}^2/\text{m}^5] q_v^2$$

„2” jelű (tart az elágazási pontból a kifolyásig):

$$H_{cs2}(q_v) = 19,8 \cdot 10^2 \text{ [s}^2/\text{m}^5] q_v^2$$

„3” jelű (tart az elágazási pontból a medencéig):

$$H_{cs3}(q_v) = 14 \text{ [m]} + 700 \text{ [s}^2/\text{m}^5] q_v^2$$



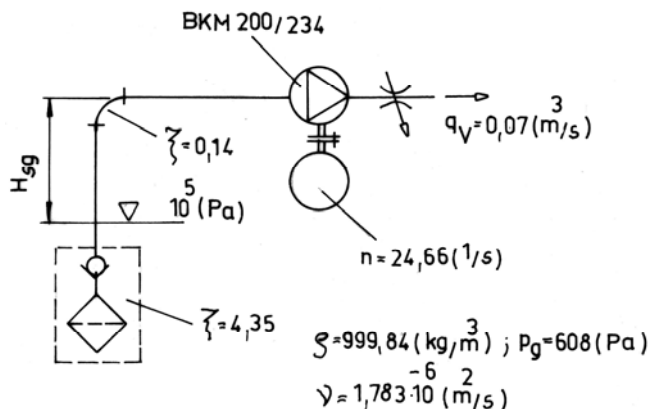
97. ábra

A rendszer három üzemmódban dolgozhat:

- **egyidejű üzem:** mindkét párhuzamos fogyasztót táplálja
- **egyedi üzem:** a megfelelő tolózárak nyitott/zárt állapota mellett csak egyik, ill. a másik fogyasztót táplálja

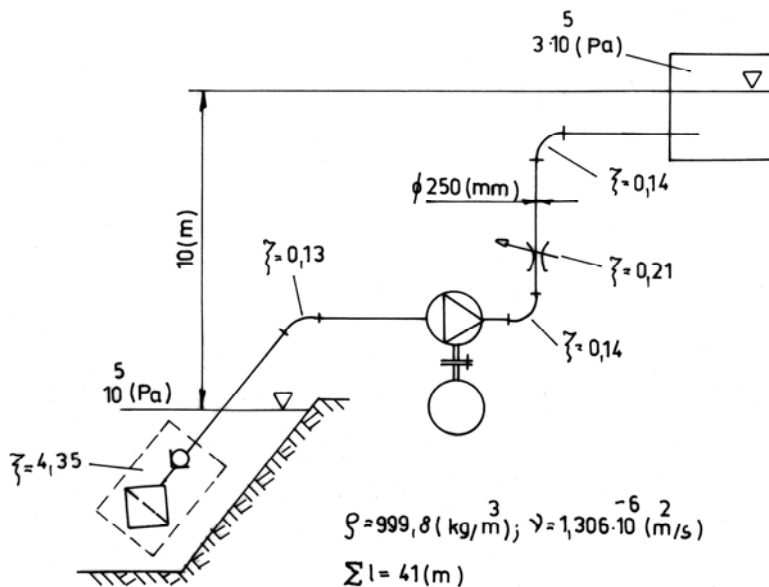
Határozza meg a három üzemmódhoz tartozó munkapontokat a térfogatáram értékekkel és a szivattyú hajtási teljesítmény igényeivel együtt.

F2/25. Meghatározandó a 98. ábra szerinti szivattyú szívócsónkjának vízszintfeletti maximális beépítési magassága (H_{sg}) $q_v = 0,07 \text{ [m}^3/\text{s]}$ munkapontbeli térfogatáram esetén. A szívócső hossza 35 [m] és belső átmérője 250 [mm] .



98. ábra

F2/26. Határozza meg az ábrán szereplő (99. ábra) csővezeték jelleggörbéjének egyenletét, és számítsa ki a $q_v = 0,1 \text{ [m}^3/\text{s]}$ térfogatáramhoz tartozó szállítómagasságot, hasznos teljesítményt, és hajtási teljesítmény-igényt, ha $\eta_o = 0,75$.



99. ábra

F2/27. Egy axiálventilátor (ld. F/18. ábra) munkapontbeli értékei: $q_v = 2,5 \text{ [m}^3/\text{s]}$; $\Delta p_\delta = 400 \text{ [Pa]}$. Válasszon villamos motort és határozza meg a tényleges fordulatszámnak megfelelő munkapontbeli adatokat.

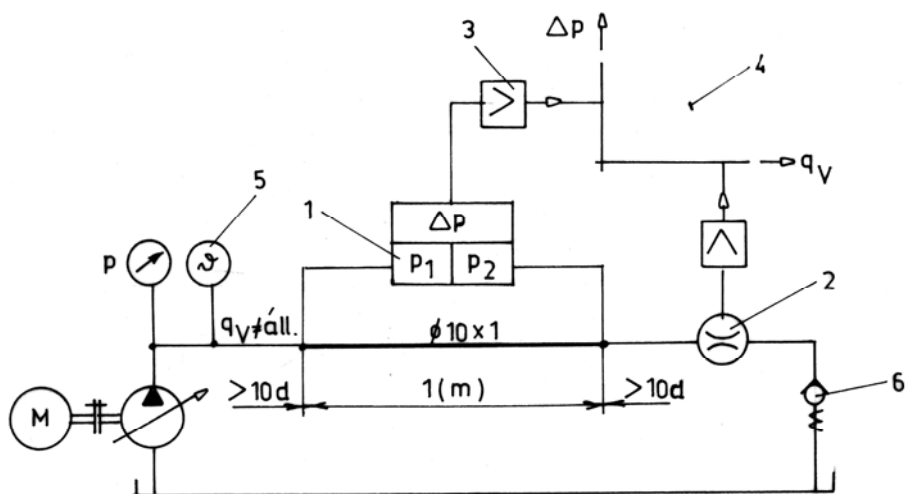
F2/28. Egy radiális ventilátor (ld. F/21. ábra) munkapontja: $q_v = 2 \text{ [m}^3/\text{s]}$ és $\Delta p_{st} = 500 \text{ [Pa]}$. Válasszon villamos motort, határozza meg az összhatásfokot, valamint a gépcsoport indítást követő felfutási idejét.

F2/29. A nyomóvezetékben elhelyezett állítható fojtású csappantyúval ellátott csővezeték egy axiálventilátor táplál (ld. F/18. ábra $\alpha = 30^\circ$). A csővezeték egyenlet teljesen nyitott csappantyú állás esetén:

$$\Delta p_{cs}(q_v) = 150 + 40 \text{ [kg/m}^7] q_v^2$$

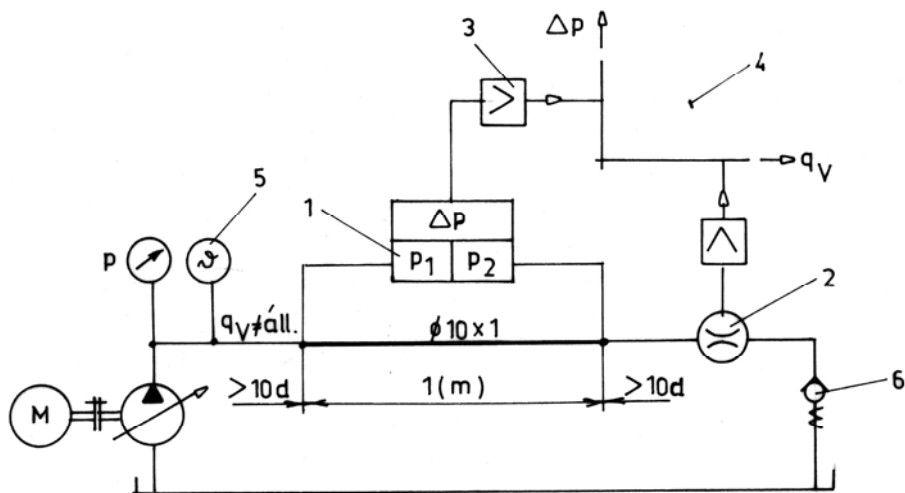
- határozza meg a munkapontot a jelenlegi üzemállapotban és válassza ki a ventilátor hajtásához szükséges villamos motort.
- határozza meg a munkapont helyét, ha a légszállítást a csappantyú zárásával az előbbi munkapontbeli érték 85 [%]-ra csökkentik. Mennyivel csökken a berendezés hatásfoka ez esetben a teljesen nyitott csappantyú álláshoz képest?
- milyen fordulatszámmal kellene járatni a ventilátort, ha a légszállítást teljesen nyitott csappantyú állás mellett, fordulatszám változtatással akarják a munkapontbeli érték 85 [%]-ra csökkenteni?

3. LABORATÓRIUMI MÉRÉSEK



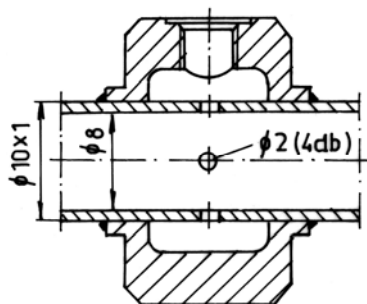
3.1. Csővezeték hidraulikus ellenállása

A mérőkör kapcsolási vázlata a 100. ábrán látható.



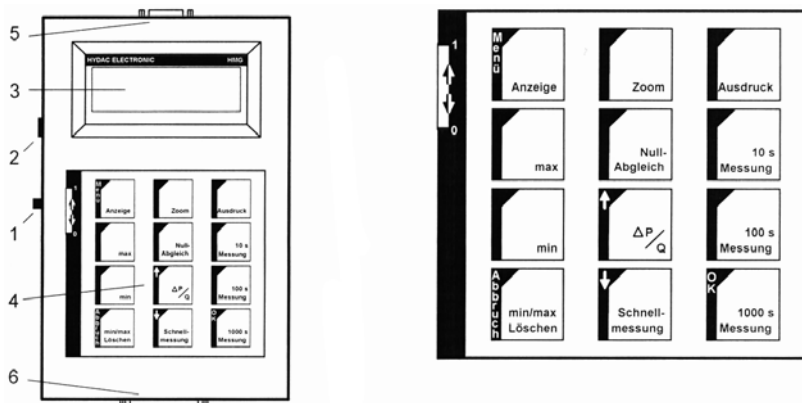
100. ábra

A vizsgált csőszakaszban – $\text{Ø}10 \times 1$ [mm] – a növekvő térfogatáramot a pólusváltós (4/2) villamos motorral hajtott, változtatható fajlagos munkatérfogató szivattyú biztosítja. A mérőkör egy visszacsapószelep (6) által előfeszített. A vizsgált csőszakasz előtti/utáni rendezett áramlást a megfelelő hosszúságú – $l > 10d$ – egyenes csőszakaszok biztosítják. A nyomás/nyomáskülönbség mérése történhet hagyományos Bourdon-csöves manométerrel, illetve nyomásadó-fejekkel (1). A nyomásmérő helyek kialakítása a 101. ábrán látható.



101. ábra

Nyomásadó fejjel történő mérés esetén az eredmények a feldolgozó egység (3) segítségével jeleníthetők meg (102. ábra)



1. KI/BE kapcsoló
2. Hálózati adapter csatlakozó
3. Digitális kijelző
4. Billentyűzet
5. 9-pol. csatlakozó - szenzorkábel
6. 25-pol. csatlakozó – nyomtató ill. PC

Billentyűzet



- Kapcsolóhelyzet.

1 = Bekapcsolva
0 = Kikapcsolva



- Kijelző átkapcsolása más üzemmódra.

*)



- Max. érték kijelzése.



- Min. érték kijelzése.



- Min/Max. érték visszaállítása.

*)



- Nyomtatás zoom-tartomány beállítása.



- Szenzorbemenetek nullpont kiegyenlítése.



*)

- Differenciálszorna átváltás
Nyomáskülönbség /
Térfogatáram.



*)

- Gyorsmérés Be- / Ki-
kapcsolás .



- Mérési görbe nyomtatás.



- Mérési görbe felvétel - 10 s
időtartammal.



- Mérési görbe felvétel - 100 s
időtartammal.



- Mérési görbe felvétel - 1000
s időtartammal.

102. ábra

A térfogatáramot turbinás áramlásmérő (2) méri, melynél az átáramló közeg egy, az áramlás útjába helyezett axiális átömlésű turbinakereket a pillanatnyi áramlási sebességével arányos fordulatszámmal forgat. A mérőturbinához kapcsolt kijelző műszer közvetlenül térfogatáram [dm^3/min] értéket mutat, ill. analóg kimenettel is rendelkezik. A mérési eredmények – $\Delta p = f(q_v)$ – az analóg kimenetek miatt X-Y íróval (4) is megjeleníthetők. A munkafolyadék pillanatnyi hőmérsékletét digitális műszer (5) mutatja.

A csőszűrlődési tényező meghatározása:

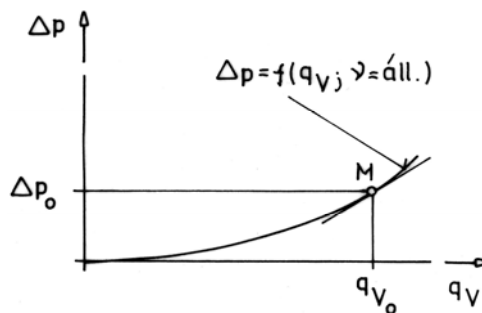
- a mért értékek alapján:

$$\Delta p = \frac{\rho}{2} \cdot v^2 \cdot \frac{l}{d} \cdot \lambda, \text{ ahonnan } \lambda_{(\Delta p)} = \frac{2 \cdot d}{\rho \cdot l} \cdot \frac{\Delta p}{v^2}.$$

- számítással

$$R_e = \frac{v \cdot d}{\nu}, \text{ ahonnan } \lambda_{(R_e)} = \frac{64}{R_e}; \text{ ill. } \lambda = \frac{0,316}{R_e^{1/4}}.$$

A hidraulikus ellenállás meghatározása a $\Delta p = f(q_v; \nu = \text{áll.})$ függvény alapján (103. ábra)



103. ábra

A munkapontban (M):

$$\Delta p_0 = K \cdot q_{v_0}^2 \rightarrow K = \frac{\Delta p_0}{q_{v_0}^2}$$

A munkapontban a jelleggörbét a pontbeli érintőjével helyettesítve:

$$\frac{d\Delta p}{dq_v|_M} = 2 \cdot K \cdot q_{v_0} = 2 \cdot \frac{\Delta p_0}{q_{v_0}}.$$

A nyomásváltozásra írható, hogy:

$$\Delta p_{\text{lin}} = \frac{d\Delta p}{dq_v} \cdot \Delta q_v = 2 \cdot \frac{\Delta p_0}{q_{v_0}} \cdot \Delta q_v = R_{h(\text{lin})} \cdot \Delta q_v.$$

A hidraulikus Ohm-törvény:

$$\Delta p_{\text{lin}} = R_{h(\text{lin})} \cdot \Delta q_v; \text{ ahonnan : } R_{h(\text{lin})} = 2 \cdot \frac{\Delta p_0}{q_{v_0}} \left[\frac{\text{Ns}}{\text{m}^5} \right].$$

Példa: egy mért jelleggörbe néhány adata:

$q_v(\text{dm}^3/\text{min})$	20	30	41,7
$\Delta p(\text{bar})$	2,11	3,22	4,6

$$q_v = 41,7 \left[\frac{\text{dm}^3}{\text{min}} \right]; \quad v = \frac{q_v}{A} = \frac{\frac{41,7}{60} \cdot 10^{-3}}{\frac{8^2 \cdot \pi}{4} \cdot 10^{-6}} = 13,83 \left[\frac{\text{m}}{\text{s}} \right]$$

$$\lambda_{(\Delta p)} = \frac{2 \cdot d}{\rho \cdot l} \cdot \frac{\Delta p}{v^2} = \frac{2 \cdot 8 \cdot 10^{-3}}{875 \cdot 1} \cdot \frac{4,6 \cdot 10^5}{13,83^2} = 0,04398$$

$$R_e = \frac{v \cdot d}{\nu} = \frac{13,83 \cdot 8 \cdot 10^{-3}}{75 \cdot 10^{-6}} = 1,475 \cdot 10^3 < 2320.$$

ahol

ν – a munkafolyadék (Hidrokomol P-46) viszkozitása 30 [°C]-on = $75 \cdot 10^{-6}$ [m²/s] ld. F/3 ábra.

$$\lambda_{(R_e)} = \frac{64}{R_e} = \frac{64}{1475} = 0,04339; \quad \frac{\lambda_{(\Delta p)}}{\lambda_{(R_e)}} = \frac{0,04398}{0,04339} = 1,014.$$

A hidraulikus ellenállás:

$$R_{h(\text{lin})} = 2 \cdot \frac{\Delta p_0}{q_{v_0}} = 2 \cdot \frac{4,6 \cdot 10^5}{\frac{41,7 \cdot 10^{-3}}{60}} = 13,24 \cdot 10^8 \left[\frac{\text{Ns}}{\text{m}^5} \right].$$

3.1.1. Feladatok

- a mért pontok alapján parabolikus regresszió segítségével rajzolja fel a $\Delta p = f(q_v; v = \text{áll})$ függvényt.
- a fv. néhány (3-4) pontjában határozza meg a csőszűrlódási tényezőt és hasonlítsa össze azokat a R_e -szám alapján számított értékkel.
- számítsa ki a hidraulikus ellenállásokat a választott pontokban.

3.2. Térfogatáram mérés nyomáskülönbség mérés alapján

Az áramló közeg útjába a csővezeték meghatározott szakaszán az előírásoknak megfelelő **szűkítőelemet** helyeznek el. A leggyakrabban használt szűkítőelemek:

mérőperem

mérőtörök

Venturi-mérő.

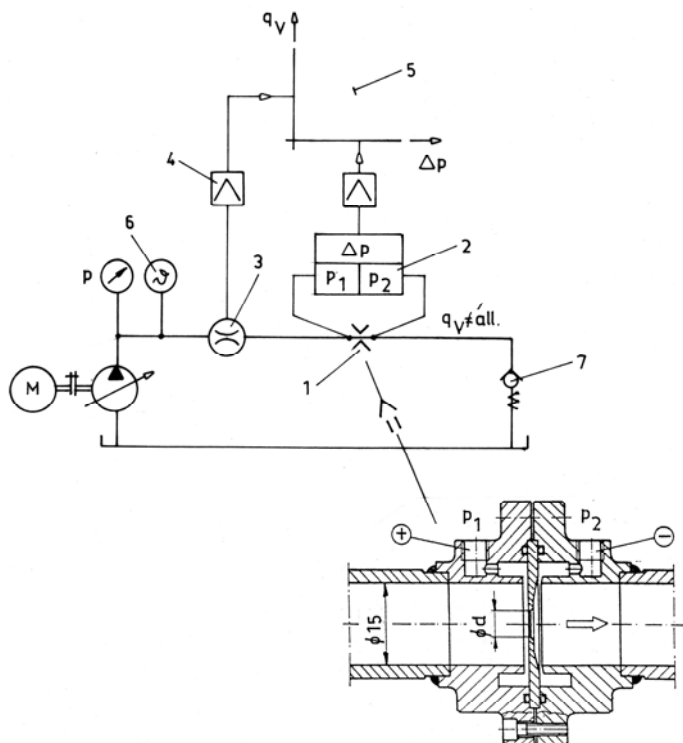
A szűkítőelemekkel történő mérés alapja az általános átfolyási-, vagy Torricelli egyenlet:

$$q_v = \mu \cdot A_f \cdot \left[\frac{2}{\rho} \cdot (p_1 - p_2) \right]^{1/2} = k \cdot \Delta p^{1/2} \left[\frac{\text{m}^3}{\text{s}} \right].$$

ahol a

k – tényező tartalmazza az állandó átfolyási keresztmetszetet (A_f), a mérések alatt állandónak tekintett sűrűséget (ρ), tovább az ugyancsak állandó

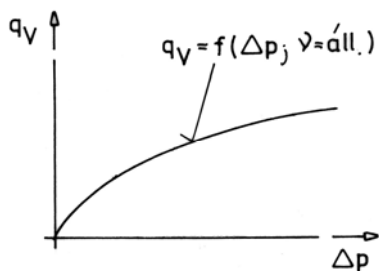
$$\text{átfolyási számot } k = \mu \cdot A_f \cdot \left(\frac{2}{\rho} \right)^{1/2} \left[\frac{\text{m}^{5/2}}{\text{kg}^{1/2}} \right].$$



104. ábra

A mérőkör kapcsolási vázlata a 104. ábrán látható. A mérőperemen (1) áthaladó növekvő térfogatáramot a villamos motorral hajtott, változtatható fajlagos munkatérfogató szivattyú biztosítja. A mérőkör egy visszacsapószelep (7) által előfeszített. A mérőperem előtti/utáni rendezett áramlást a megfelelő hosszúságú egyenes csőszakaszok biztosítják.

A nyomáskülönbség mérése nyomásadó fejekkel (2) és a korábban ismertetett feldolgozó egységgel (102. ábra) történik. Lehetőségként szerepelhet a térfogatáram mérés is turbinás áramlásmérővel (3). Ez esetben, figyelembe véve az analóg kimeneteket a $q_v = f(\Delta p; v = \text{áll})$ jelleggörbe az X-Y íróval (5) fel is rajzolható (105. ábra).



105. ábra

A mérőperem szűkítő eleme, cserélhető betét, melynek átmérője: $d = 3,0; 3,5; 4,0$ [mm].

3.2.1. Feladatok

- adott mérőperem átmérő (d) mellett, a növekvő térfogatáramokhoz tartozó, mért nyomáskülönbségek alapján rajzolja fel a $q_v(\Delta p)$ jelleggörbét.

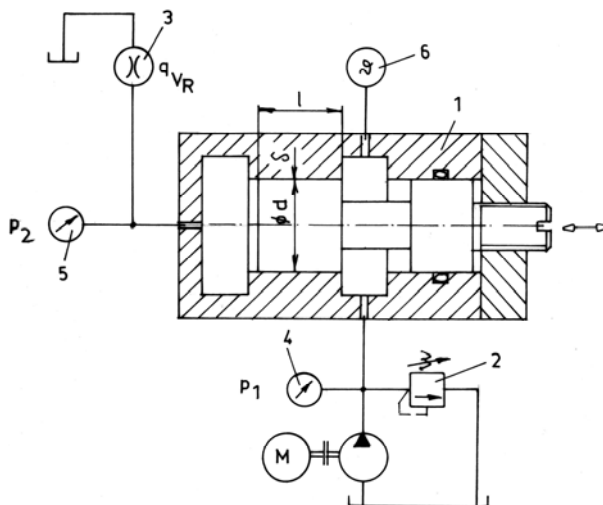
Megjegyzés: a térfogatárammérő nincs bekapcsolva.

- a különböző, mért térfogatáramokhoz (q_v) tartozó nyomáskülönbségek (Δp) figyelembe vételével határozza meg az éppen aktuális szűkítőelem átmérőjét/vagy annak ismeretében az átfolyási számot.

3.3. Lamináris áramlás szűk résekben. Részáram mérés

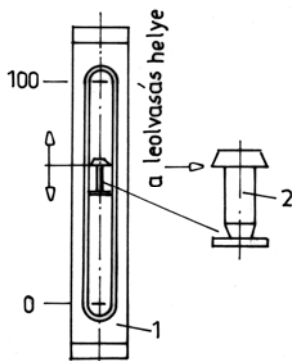
A mérőkör kapcsolási vázlata a 106. ábrán látható.

A rögzített átmérőjű (d) és változtatható radiális hézagú (δ) és/vagy tömítőszakasz (l) hosszúságú vizsgált egységre (1) jutó nyomáskülönbség a nyomáshatároló (2) előfeszítésével növelhető. A rés két oldalán fellépő nyomáskülönbség ($p_1 - p_2$) hagyományos nyomásmérőkkel (4; 5) mérhető.



106. ábra

A résáram mérése pedig rotaméterrel (3) történik. A **rotaméter** (107. ábra) – az úgynevezett lebegőtestes térfogatárammérő – állandó nyomásesés, s ennek megfelelően az átfolyási résében állandó áramlási sebesség alapján mér.

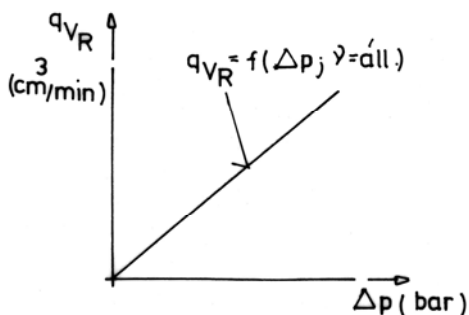


107. ábra

Az állandó súlyú úszót (2) – lebegő testet – a közegáram a változó keresztmetszetű csőben (1) a mindenkori egyensúlyi helyzetig mozgatja. A kontinuitási törvény értelmében állandó áramlási sebesség mellett a térfogatáram (q_{VR}) változás a mérőcső (1) szabad áramlási keresztmetszet változásának lineáris függvénye.

3.3.1. Feladatok

- az összetartozó, mért nyomáskülönbség (Δp), résáram (q_{VR}) értékek alapján rajzolja fel a $q_{VR} = f(\Delta p; v = \text{áll})$ jelleggörbét (108. ábra) adott átmérő (d) és radiális hézag (δ) mellett, határozza meg a tömítőszakasz tényleges hosszát (l).



108. ábra

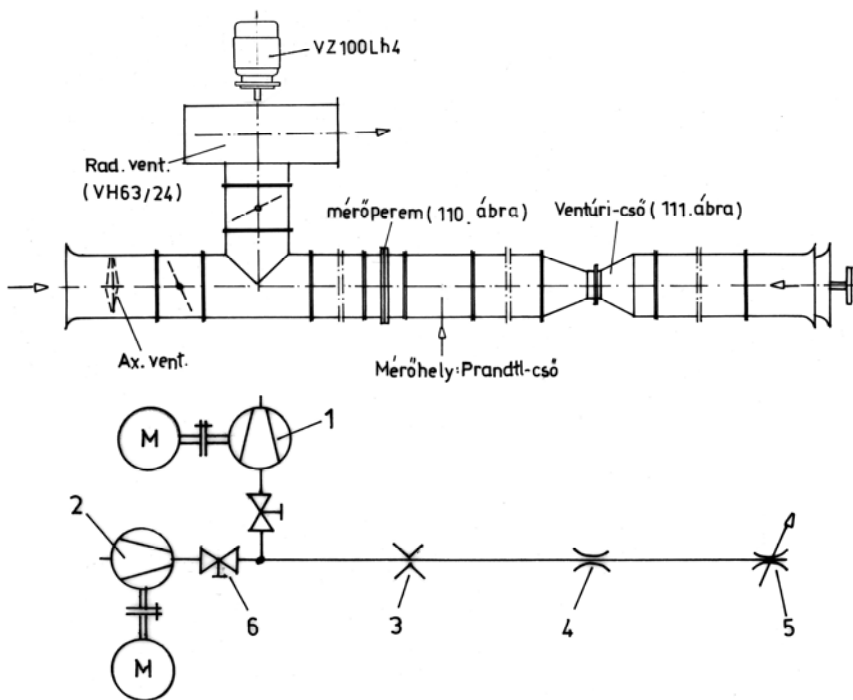
- adott átmérő (d) és tömítőszakasz hossz (l) mellett határozza meg a radiális hézag (δ) értékét.

Megjegyzés: az alkalmazott munkafolyadék Hidrokomol P-46 (ld. F/3. ábra).

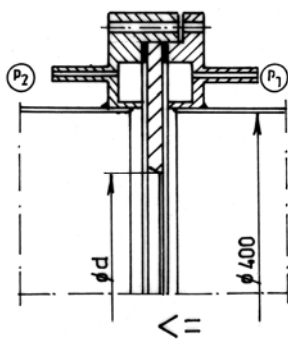
3.4. Mérések szélcsatornában

A mérőállomás elrendezése, áramlástechnikai kapcsolási vázlata a 109. ábrán látható.

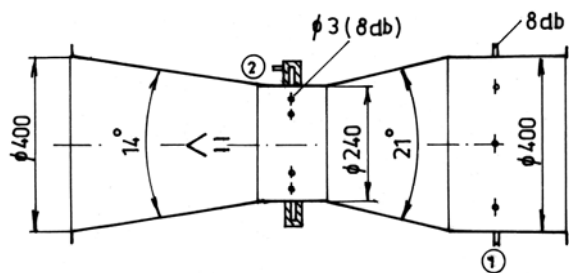
A mérőcső 400 [mm] névleges átmérőjű, melyhez állítható csappanttyúkkal (6) leválaszthatóan egy szívóüzemi radiális (1) ventilátor (VH63/24), és egy axiális ventilátor (2) kapcsolódik. A ventilátorokat rövidrezárt forgórészű aszinkron villamos motorok hajtják. A mérőcső szívott/nyomott végén fokozatmentesen állítható fojtótárcsa (5) van. A mérőcső a megfelelő áramlásrendezői hosszak betartása mellett tartalmaz egy mérőperemet (3) – 110. ábra – Venturi-mérőt (4) – 111. ábra – továbbá mérőhelyet a Prandtl-csőves méréshez.



109. ábra

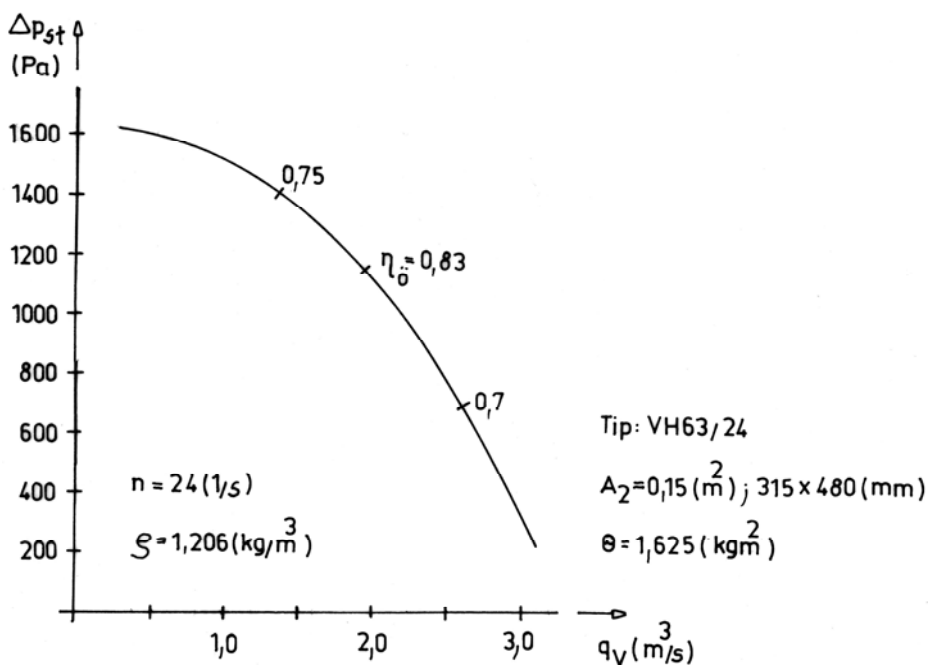


110. ábra



111. ábra

A radiális ventilátor $\Delta p_{st} = f(q_v; n = \text{áll})$ jelleggörbéje a 112. ábrán látható.



112. ábra

A mérőállomáson elvégezhető mérések:

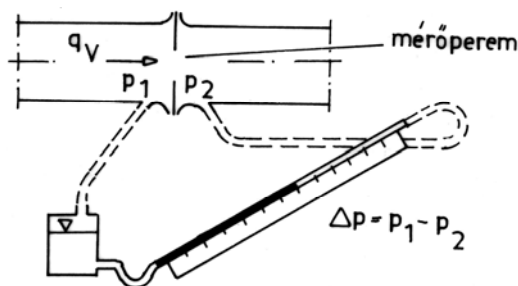
- közvetett térfogatáram mérés: mérőperem, Venturi-cső, Prandtl-cső, kanalas szélsébségmérő, illetve ezek használatán keresztül az alapvető áramlás-technikai mérések gyakorlása.
- az axiális ventilátor Δp (q_v ; $n = \text{áll}$) jelleggörbéjének kimérése.

A **közvetett** térfogatáram mérési módszerek – a kanalas szélsébségmérő kivételével – a térfogatáram mérést nyomáskülönbség, ill. dinamikus nyomás mérésére vezetik vissza. A szűkítőelemekkel (mérőperem, Venturi-cső) történő mérés alapja az általános átfolyási egyenlet:

$$q_v = \mu \cdot A \cdot \left[\frac{2}{\rho} \cdot (p_1 - p_2) \right]^{1/2} = \mu \cdot A \cdot \left[\frac{2}{\rho} \cdot \Delta p \right]^{1/2} \left[\frac{\text{m}^3}{\text{s}} \right]$$

ahol

μ = az átfolyási szám: mérőperemnél = 0,6
Venturi-csőnél = 1,035



113. ábra

A nyomáskülönbség célszerűen folyadékos differenciál mikromanométerrel mérendő (113. ábra) Az áramló levegő sűrűségét a mindenkori statikus nyomásának és hőmérsékletének megfelelően át kell számítani:

$$\rho' = \rho \cdot \frac{p'}{p} \cdot \frac{T}{T'} \left[\frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \right].$$

A nedves levegő sűrűsége, ρ , [kg/m ³]						
A levegő hőmérséklete [°C]	A levegő relatív nedvességtartalma [%]					
	0	20	40	60	80	100
0	1,293	1,292	1,292	1,291	1,291	1,290
10	1,248	1,246	1,247	1,243	1,245	1,242
20	1,205	1,203	1,201	1,199	1,197	1,195
30	1,165	1,161	1,158	1,154	1,150	1,146
40	1,128	1,122	1,116	1,103	1,109	1,097

Torló (Prandtl) – csővel végzett térfogatáram mérés (114. ábra).

A térfogatáram a kontinuitásnak megfelelően:

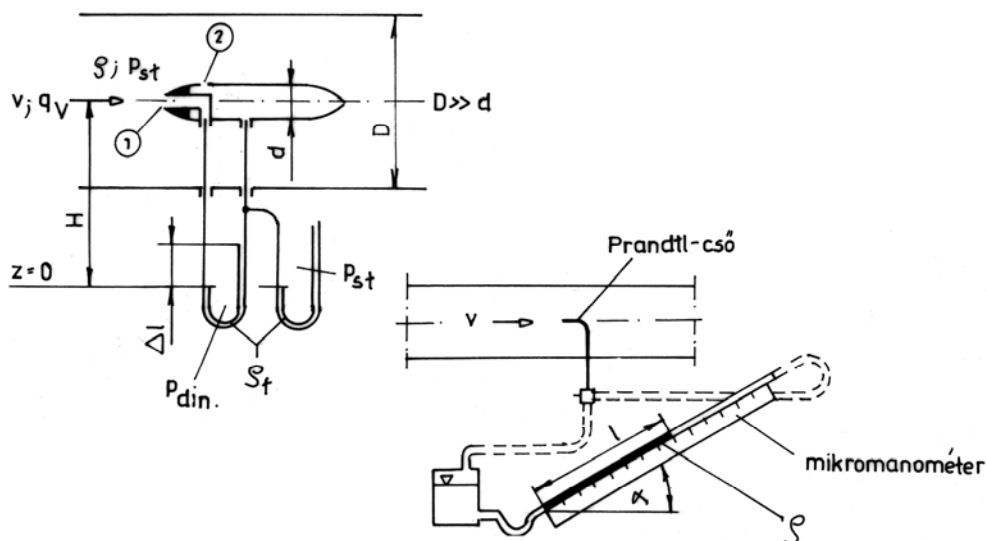
$$q_v = A v_k \text{ [m}^3/\text{s]}$$

ahol

A – az áramlási keresztmetszet [m²]

v_k – az átlagsebesség az áramlási keresztmetszetben [m/s].

Az átlagsebesség kiszámítása az adott keresztmetszet sebességprofiljának a kimérése után lehetséges. A keresztmetszet adott pontjában uralkodó sebesség az ott érvényes dinamikus nyomásból határozható meg.



114. ábra

$$v = c \cdot \left[\frac{2}{\rho} \cdot (p_1 - p_2) \right]^{1/2} = c \cdot \left[\frac{2}{\rho} \cdot p_{\text{din}} \right]^{1/2} \left[\frac{\text{m}}{\text{s}} \right]$$

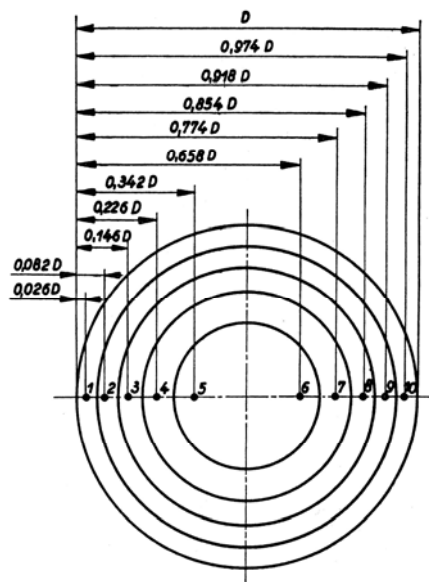
ahol

c – a műszerállandó, ha $Re_d = \frac{d \cdot v_{\text{min}}}{\nu} > 3000$, akkor $C = 1$!

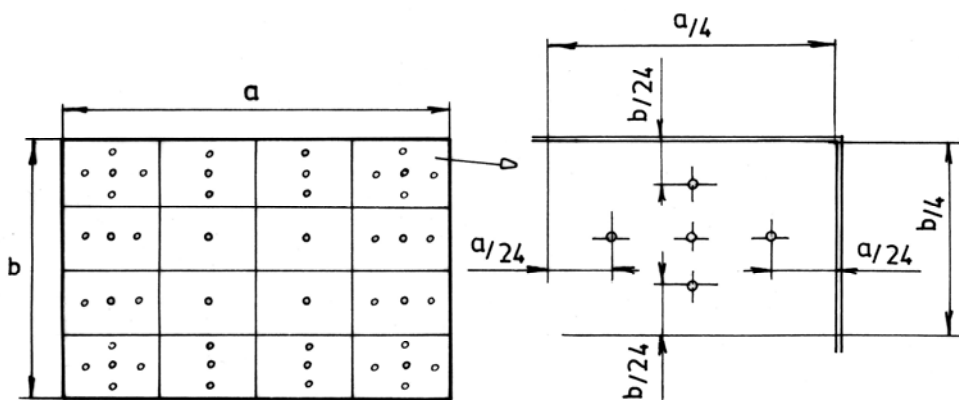
Körszelvényű csővezeték esetén a keresztmetszetet legalább öt egyenlő területű koncentrikus körgyűrűre kell osztani. E gyűrűterületeket tovább felező köröknek megfelelő sugarakon kell mérni a sebességet (115. ábra). Az átlagsebesség (v_k) az összes mért sebességek számtani középértéke.

Négyszög keresztmetszetű csőnél a sebességeloszlást négyszöghálózatban kell kimérni (116. ábra), a mérési pontokat a falak mentén sűrítve, mert ott a sebességváltozás rohamos.

A mért értékek alapján a sebességprofil ábrázolható.

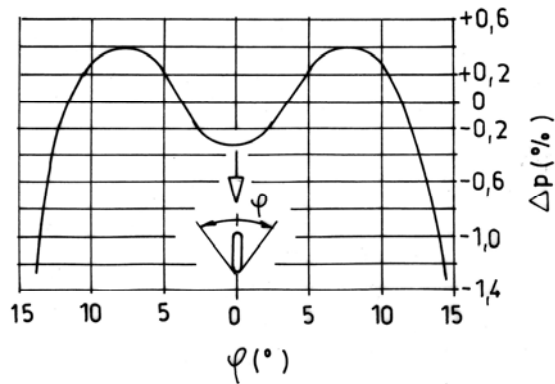


115. ábra



116. ábra

A Prandtl-csővel történő mérésnél, figyelni kell annak irányérzékenységére (117. ábra) Az ábra a cső tengelyéhez viszonyított szögeltérés függvényében adja meg a dinamikus nyomás hibáját.



117. ábra

Térfogatáram mérés **kifúvó sugárban**: történhet Prandtl-csővel és kanalas szélesebbégmérővel is. Ez utóbbi esetben a lenullázott műszert a kifúvó légáram útjába kell helyezni. A mérést akkor kell elkezdni, amikor a kanálszerkezet a légáramlásnak megfelelő maximális fordulatszámot elérte. Ekkor a kapcsolókart lenyomva el kell indítani a számlálóművet, s vele egyidőben egy stopperórát is. A mérés időtartama 1 perc, ennek elteltével a számlálómű a kapcsolókarral leállítandó. A műszer által ekkor mutatott érték a légáramlás sebességét adja [m/min]-ben. A mérés a pontossági feltételektől függően 2-3-szor megismételendő.

3.4.1. Feladatok

Axiálventilátor leválasztása, majd a szívóági fojtótárcsa teljes lezárása után a radiálventilátort az üzemi fordulatra kell hozni. Ezután a fojtótárcsa fokozatos nyitásával a ventilátor munkapontja, s ezen keresztül a térfogatárama beállítható, ill. változtatható.

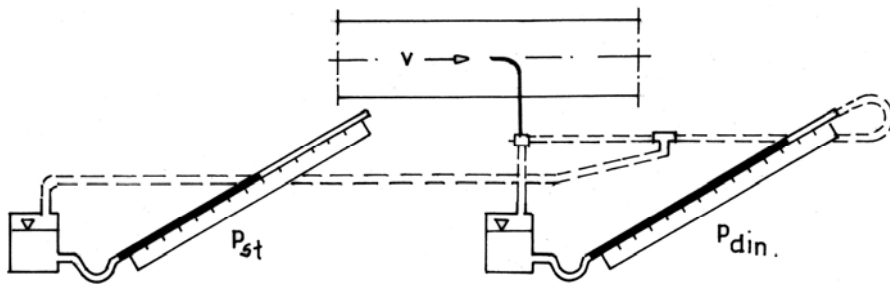
Adott munkaponti beállításnál határozza meg a térfogatáramot:

- mérőperemmel
- Venturi-csővel
- Prandtl-csővel

A kapott eredményeket értékelje és hasonlítsa össze.

Axiálventilátor jelleggörbéjének felvétele.

A radiálventilátor leválasztása és a csővégen levő fojtótárcsa teljes lezárása után üzemi fordulatra kell hozni az axiálventilátort, majd a fojtási (terhelési) helyzet változtatásával be kell állítani a munkapontokat, közben összetartozó adatként mérni kell a statikus nyomást és a térfogatáramot.

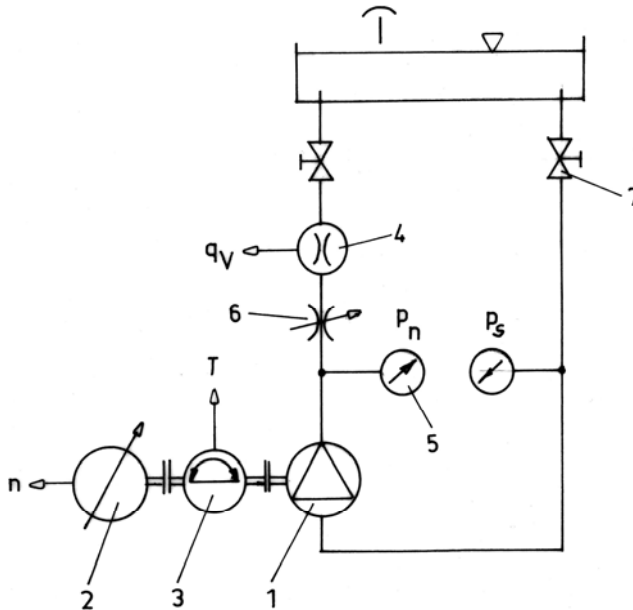


118. ábra

Ez utóbbi mérése történhet Prandtl-csővel (118. ábra), vagy mérőperemmel.

3.5. Örvényszivattyú kagylódiagramjának felvétele

A mérőkör kapcsolási vázlata a 119. ábrán látható. A mérendő szivattyú (1) a változtatható fordulatszámú hajtást a nyomatékmerő tengelykapcsolón (3) keresztül egy tirisztoros hajtásszabályzóval ellátott egyenáramú villamos motortól (2) kapja.



119. ábra

A szívóági ellenállás pillangószeleppel (7), a nyomóági pedig tolózárrel (6) változtatható. A térfogatáramot turbinás áramlásmérő (4), míg a nyomásokat hagyományos nyomásmérők (5) mutatják.

Beállított, állandó, de egymástól eltérő fordulatszámokon (n) összetartozó adatként mérni kell a térfogatáramot (q_v), a nyomásokat (p_n ; p_s) és a nyomatékot (T).

Ezekből felrajzolhatók a $H(q_v; n = \text{áll})$ jelleggörbék, ill. számíthatók a hasznos-, a hajtási teljesítmények, valamint az összhatásfok.

A jegyzet útmutatása alapján a kagylódiagram megszerkeszthető.

Figyelem: minden egyes mérésről hallgatói mérési jegyzőkönyv készül.

Mérési jegyzőkönyv

A mérés tárgya:

A mérés célja:

A mérés helye:

A mérés napja:

A mérés kezdete:

A mérés vége:

A mérési adatok, eredmények (jelleggörbék)

A légköri nyomás:

A terem hőmérséklete:

A terem páratartalma:

A használt mérőeszközök (megnevezés, típus, gyári szám):

A jegyzőkönyvet készítette:

4. Eredménytár

1. Áramlástan

1.1.1. Hidrosztatika. A nyugvó folyadék egyensúlya

F1/1	$40,23 \cdot 10^5 \text{ [Pa]}$	F1/2	$2,45 \text{ [m/s]}$
F1/3	$13,84 \cdot 10^3 \text{ [kg/m}^3\text{]}$	F1/4	$0,422 \text{ [m]}; 56,46 \text{ [m/s]}$
F1/5	$5,528 \cdot 10^{-2} \text{ [m]}$	F1/6	$5,12 \text{ [m/s}^2\text{]}$
F1/7	$1,06 \text{ [m/s]}; 10,99 \text{ [m]}$	F1/8	$12362,37 \text{ [Pa]}$
F1/9	$3690,52 \text{ [Pa]}$	F1/10	58785 [N]

1.1.2. Az áramló folyékony közeg egyensúlya. Kinematika. A folytonosság tétele

F1/11	$a_{\text{lok.}} _{\substack{y=1 \\ t=0,5}} = 5 \text{ (m/s}^2\text{)}; a_{\text{konv.}} = 0$	F1/12	$2,25 \text{ [m/s}^2\text{]}$
F1/13	$-74 \text{ [m/s}^2\text{]}$	F1/14	$v_x = f(y) = -1,5y$
F1/15	$1,92 \text{ [m/s]}; 6,03 \cdot 10^{-4} \text{ [m}^3\text{/s]}$	F1/16	$v_1 = 8,75 \text{ [m/s]}; v_2 = 5,97 \text{ [m/s]}$
F1/17	$1,27 \cdot 10^{-4} \text{ [m}^3\text{/s]}; 1,04 \cdot 10^{-2} \text{ [m]}$		

1.1.3. Az energia megmaradás tétele. Bernoulli egyenlet és alkalmazásai

F1/18	$1,274 \text{ [m]}$	F1/19	$11,66 \text{ [m/s]}; 0,206 \text{ [m}^3\text{/s]}$
F1/20	$14,62 \text{ [m/s]}$	F1/21	$5,42 \text{ [m/s]}$
F1/22	$3,005 \cdot 10^5 \text{ [Pa]}$	F1/23	$0,773 \cdot 10^5 \text{ [Pa]}$
F1/24	$6,99 \cdot 10^{-2} \text{ [m}^3\text{/s]}; 9,396 \text{ [m/s]}$		
F1/25	$\frac{p_0}{\rho} = \frac{p_g}{\rho} + \frac{v_A^2}{2} + g \cdot H + \int_0^A \frac{\partial v}{\partial t} \cdot ds; \int_0^A \frac{\partial v}{\partial t} \cdot ds = a_A \cdot l = 3 \cdot a_A;$ $a_A = 23,41 \text{ (m/s}^2\text{)}$		
F1/26	$5,426 \text{ [m/s]}$	F1/27	$12,16 \text{ [1/s]}$

$$F1/28 \quad \frac{\partial v}{\partial t} = \frac{1}{A} \cdot \frac{\partial q_v}{\partial t} = \frac{1+x}{A_1} \cdot \frac{\partial q_v}{\partial t}$$

$$\int_0^1 \frac{\partial v}{\partial t} dx = \frac{1}{A_1} \cdot \frac{\partial q_v}{\partial t} \cdot \int_0^1 (1+x) dx = \frac{1,2}{0,1} \cdot \frac{3}{2} = 18 \left[\frac{m^2}{s^2} \right]$$

$$p_1 - p_2 = \rho \int_0^1 \frac{\partial v}{\partial t} \cdot dx = 998,2 \cdot 18 = 1,797 \cdot 10^4 \text{ [Pa]}$$

1.1.4. Az impulzus tétel és alkalmazásai

F1/29 39 [N] $\alpha = 45^\circ$	F1/30 $3,61 \cdot 10^3$ [Pa]
F1/31 6,86 [kN]	F1/32 +8,085 [kN]
F1/33 +6,83 [N]	F1/34 $\uparrow 4325,6$ [N]
F1/35 +2948,3 [N]	F1/36 387,58 [N]; $A_1/A_2 = 5,8$
F1/37 +1015,61 [N]	F1/38 4,91 [N]

1.2.1. Az áramlások hasonlósága. Áramlás csővezetékben, csővezeték-rendszerekben

F1/39 $27,48 \cdot 10^6$; 254,65 [m/s]	F1/40 $1,523 \cdot 10^{-2}$ [m ³ /s]
F1/41 11 [m] első közelítés $\lambda = 0,015$	
F1/42 1,36 [m/s]; 2,72 [m/s]; 1233; 16,65°	
F1/43 $1,343 \cdot 10^{-5}$ [m ² /s]	F1/44 0,01
F1/45 $\leq 0,1167$ [m/s]; 3,364 [W]	
F1/46 76,42[m]; -3039,25 [Pa] kavitációs üzemállapot $\leq 2,85$ [m/s]	
F1/47 16,62 [Pa]	F1/48 83,88 [m]; $1,289 \cdot 10^4$ [Pa]

1.2.2. Általános átfolyási (Torricelli) egyenlet. Részáramlás

F1/49 $24,02 \cdot 10^{-4} \text{ [m}^3/\text{s]}$

F1/50 0,556

F1/51 $3,54 \cdot 10^{-6} \text{ [m}^3/\text{s]}$

F1/52 $4,485 \cdot 10^{-2} \text{ [m]} \approx 45 \text{ [mm]}$

F1/53 1,438 [bar]

1.3. Gázdinamikai áramlások

F1/54 307,36 [m/s]

F1/55 $-59,11 \text{ [}^\circ\text{C]}$; $3,0053 \cdot 10^5 \text{ [Pa]}$

F1/56 165,98 [m/s]; 0,219 [kg/s]

F1/57 376,18 [m/s]; 319,9 [m/s]

F1/58 $0,92 \cdot 10^5 \text{ [Pa]}$

1.4. Csővezeték hirtelen zárása. Allievi-féle nyomáslökés

F1/59 $23,26 \cdot 10^5 \text{ [Pa]}$; 0,644 [s]

F1/60 $16,6 \cdot 10^5 \text{ [Pa]}$; 0,45 [s]

2. Áramlástechnikai gépek

2.1. Szállítómagasság/nyomáskülönbség. Jellemző fordulatszámok. Affinitási összefüggések

F2/1 19,43

F2/2 487 [1/min]

F2/3 $576 \text{ [dm}^3/\text{min}]$; 27,65 [m]

F2/4 0,75; 43,5 [m]; $19,1 \cdot 10^3 \text{ [W]}$

F2/5 $36,47^\circ$

F2/6 0,68

F2/7 19,71; 360 [m]; $32 \cdot 10^{-2} \text{ [m}^3/\text{s]}$

F2/8 kettős beömlésű járókereket; $n_q=92,33$; $n_{qj} = 65,5$

F2/9 $2734,6 \text{ [W]}$; $0,504 \text{ [m}^3/\text{s}]$; 2941 [Pa]; 3091,6 [Pa]; 2106,3 [W]; $0,685 \text{ [m}^3/\text{s}]$; 2809,3 [Pa]; 2953,2 [Pa]; 2194,9 [W]

F2/10 2885 [Pa]; 0,8196 [m³/s]; 3044 [Pa]

F2/11 2011 [Pa]; 2319,6 [Pa]

F2/12 18,21 [m]; 38268,5 [W]; 79,1

F2/13 104,23 [Pa]; 122,53 [Pa]

F2/14 60,946 [m]; 896,7 [W]

F2/15 12,5 [m³/s]; 125 [mmv.o]; 31,25[kW]

2.2. Üzemviteli kérdések

F2/16 125 [m]; 43,6·10⁻³ [m³/s]; 141 [m]; 0,936; 0,83; 10 [%]

F2/17 29,3·10⁻³ [m³/s]; 25 [m]; 11,8·10⁻³ [m³/s]; 17,5·10⁻³ [m³/s]; 10 [m]

F2/18 T₁ és T₂ nyitott: Σq_v=0,107 [m³/s]

BKF; 0,075 [m³/s]; 20 [m]; 19616 [W]

BKS; 0,032 [m³/s]; 21,6 [m]; 14124 [W]

T₁ nyitott, T₂ zárt: 0,08 [m³/s]; 19 [m]; 19878 [W]

T₁ zárt, T₂ nyitott: 0,059 [m³/s]; 20,5 [m]; 16947 [W]

F2/19 H_{cs}(q_v)=13,295+4077 [s²/m⁵]·q_v²; 25·10⁻³ [m³/s]; 15,845 [m]; ~13 %

F2/20 nem felel meg, mert, p_s = -0,77·10⁵ [Pa] < p_g = +0,715·10⁵ [Pa]

F2/21 24,8·10⁻³ [m³/s]; 62 [m]; 19,46 [l/s]

F2/22 30,31 [m]; P_h = 14862,6 [W]

F2/23 2,36 [m]

F2/24 egyidejű üzem: 0,099 [m³/s]; 27 [m]; 33397 [W]

egyidi üzem: 0,0915 [m³/s]; 28,5 [m]; 32707 [W]

0,08 [m³/s]; 30,3 [m]; 30796 [W]

F2/25 H_{Sg} ≤ 3,59 [m]

F2/26 H_{cs}(q_v) = 30,39 + 167,11 [s²/m⁵]·q_v²; 32,06 [m]; 31444,6 [W]; 41926 [W]

5. Függlék

A száraz levegő fizikai jellemzői állandó (0,980665 bar) nyomáson.

F/1 táblázat

Hőmérséklet (T)		Sűrűség (ρ)	Fajhő (c_p)	Dinamikai viszkozitás (η)	Kinematikai viszkozitás (ν)
°C	K	kg/m ³	kJ/kg·K	Pa·s	m ² /s
- 20	253,15	1,365	1,005	$16,28 \cdot 10^{-6}$	$12,0 \cdot 10^{-6}$
0	273,15	1,252	1,011	$17,46 \cdot$	$13,9 \cdot$
10	283,15	1,206	1,010	$17,85 \cdot$	$14,7 \cdot$
20	293,15	1,164	1,012	$18,24 \cdot$	$15,7 \cdot$
30	303,15	1,127	1,013	$18,68 \cdot$	$16,6 \cdot$
40	313,15	1,092	1,014	$19,12 \cdot$	$17,6 \cdot$
50	323,15	1,057	1,016	$19,52 \cdot$	$18,6 \cdot$
60	333,15	1,025	1,017	$19,91 \cdot$	$19,4 \cdot$
70	343,15	0,996	1,018	$20,39 \cdot$	$20,7 \cdot$
80	353,15	0,968	1,019	$20,79 \cdot$	$21,5 \cdot$
90	363,15	0,942	1,021	$21,23 \cdot$	$22,8 \cdot$
100	373,15	0,916	1,022	$21,67 \cdot$	$23,6 \cdot$
120	393,15	0,870	1,025	$22,56 \cdot$	$25,9 \cdot$
140	413,15	0,827	1,027	$23,34 \cdot$	$28,2 \cdot$
150	423,15	0,810	1,028	$23,37 \cdot$	$29,4 \cdot$
160	433,15	0,789	1,030	$24,12 \cdot$	$30,6 \cdot$
180	453,15	0,755	1,032	$24,91 \cdot$	$33,0 \cdot$
200	473,15	0,723	1,035	$25,69 \cdot$	$35,5 \cdot$
250	523,15	0,653	1,043	$27,56 \cdot$	$42,2 \cdot$
300	573,15	0,596	1,047	$29,32 \cdot$	$49,2 \cdot$
350	623,15	0,549	1,055	$30,99 \cdot$	$56,5 \cdot$
400	673,15	0,508	1,059	$32,75 \cdot$	$64,6 \cdot$
500	773,15	0,442	1,076	$35,79 \cdot$	$81,0 \cdot$
600	873,15	0,391	1,089	$38,64 \cdot$	$98,8 \cdot$
700	973,15	0,351	1,101	$41,58 \cdot$	$118,9 \cdot$
800	1073,15	0,318	1,114	$43,64 \cdot$	$137 \cdot$
900	1173,15	0,291	1,126	$46,88 \cdot$	$160 \cdot$
1000	1273,15	0,268	1,139	$48,45 \cdot$	$181 \cdot$

A száraz levegő fajhője különböző nyomásokon és hőmérsékleteken

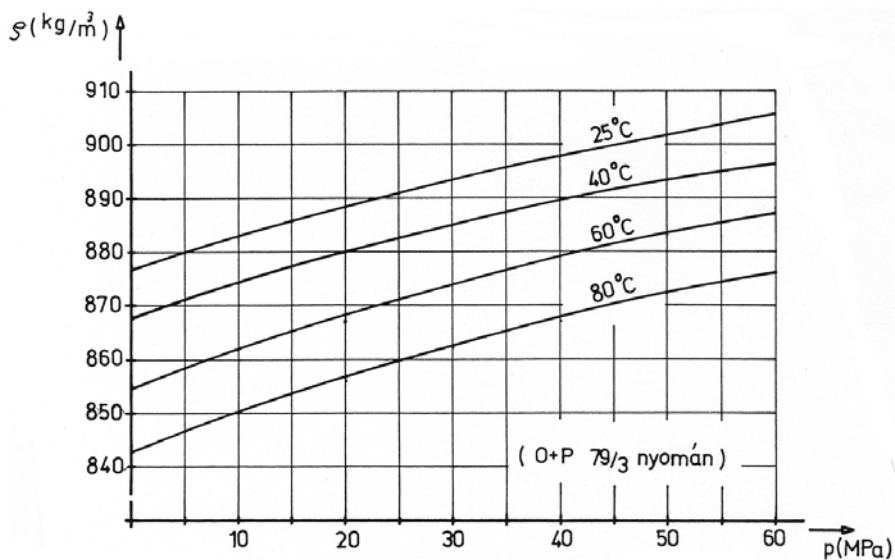
F/2. táblázat

Hőmérséklet		Fajhő (c_p) kJ/kgK						
		Nyomás (p) bar						
°C	K	1	50	100	150	200	250	300
-50	223,15	1,0065	1,1932	1,4025	—	—	—	—
0	273,15	1,0056	1,1053	1,2058	1,2811	1,3481	—	—
50	323,15	1,0086	1,0718	1,1304	1,1806	1,2225	1,2518	1,2686
100	373,15	1,0123	1,0634	1,1011	1,1346	1,1639	1,1932	—
200	473,15	1,0257	1,055	1,076	1,0969	1,1178	1,1388	—
300	573,15	1,0467	1,0592	1,076	1,0927	1,1095	1,1262	—
500	773,15	1,0927	1,1053	1,1095	—	—	—	—
1000	1273,15	1,1932	1,1932	1,1974	—	—	—	—

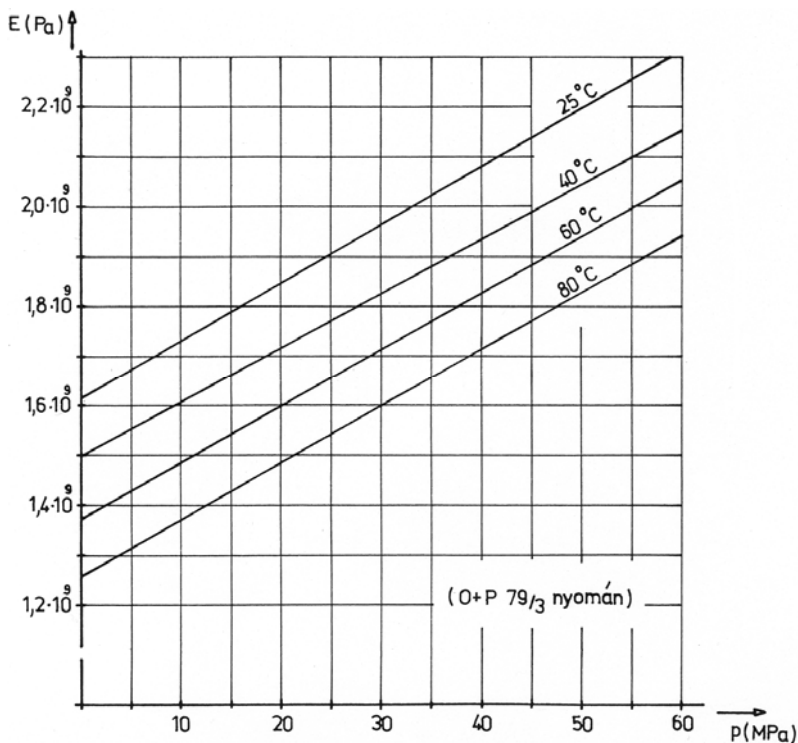
A tiszta víz fizikai jellemzői 0,980665 bar nyomáson

F/3. táblázat

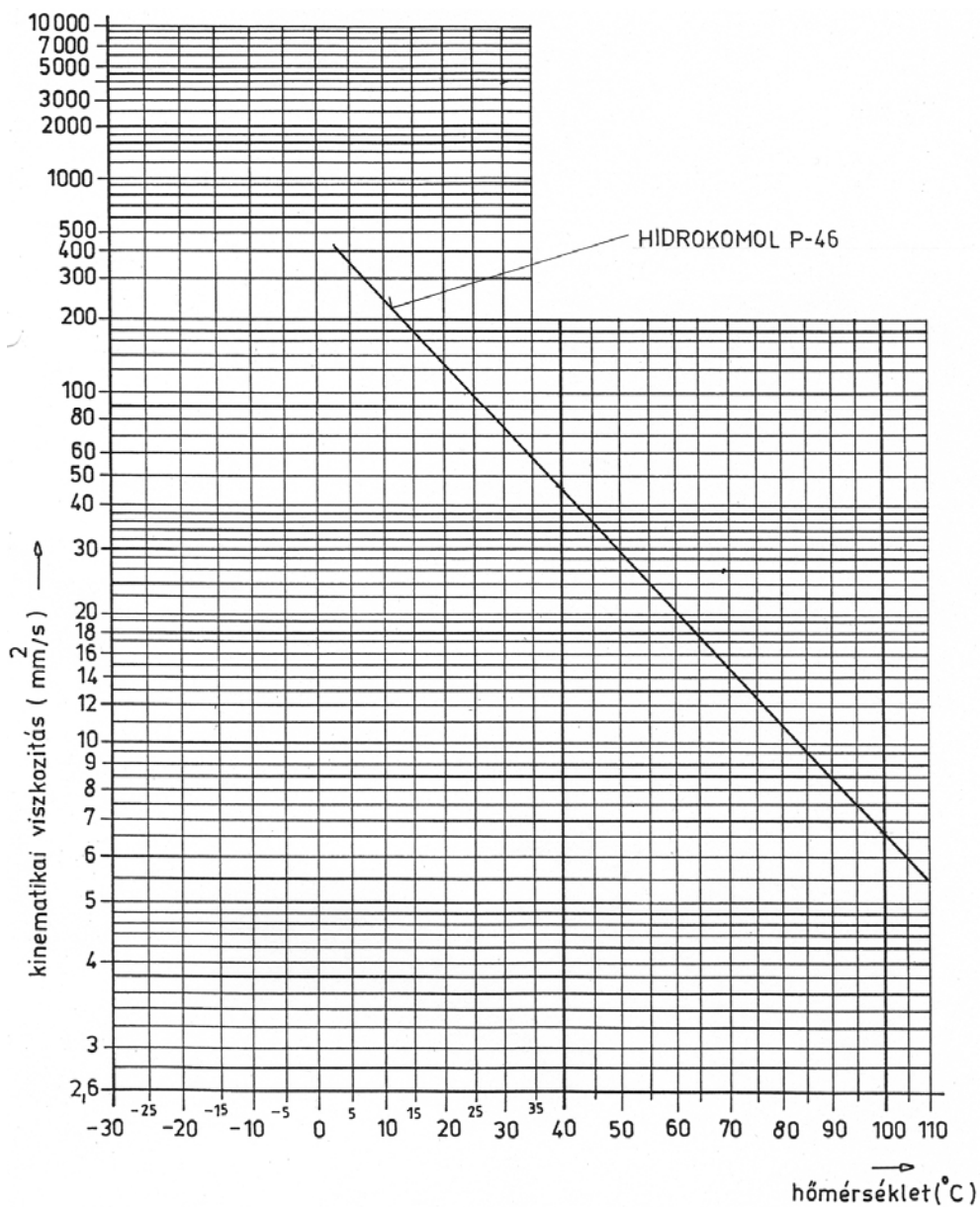
Hőmérséklet (T)		Sűrűség (ρ)	Fajhő (c_p)	Dinamikai viszkozitás (η)	Kinematikai viszkozitás (ν)	Telített gőz- nyomás (p_g)
°C	K	kg/m ³	kJ/kgK	Pa·s	m ² /s	Pa
0	273,15	999,84	4,226	$1793,6 \cdot 10^{-6}$	$1,789 \cdot 10^{-6}$	608
10	283,15	999,7	4,195	$1296,4 \cdot$	$1,306 \cdot$	1 226
20	293,15	998,2	4,182	$993,4 \cdot$	$1,006 \cdot$	2 335
30	303,15	995,7	4,176	$792,4 \cdot$	$0,805 \cdot$	4 330
40	313,15	992,2	4,175	$658,1 \cdot$	$0,658 \cdot$	7 377
50	323,15	988,1	4,178	$555,1 \cdot$	$0,556 \cdot$	12 580
60	333,15	983,2	4,181	$471,7 \cdot$	$0,478 \cdot$	19 924
70	343,15	977,8	4,187	$404,1 \cdot$	$0,415 \cdot$	31 770
80	353,15	971,8	4,194	$352,1 \cdot$	$0,366 \cdot$	47 382
90	363,15	965,3	4,202	$308,9 \cdot$	$0,326 \cdot$	71 500
100	373,15	958,3	4,211	$277,5 \cdot$	$0,294 \cdot$	101 337



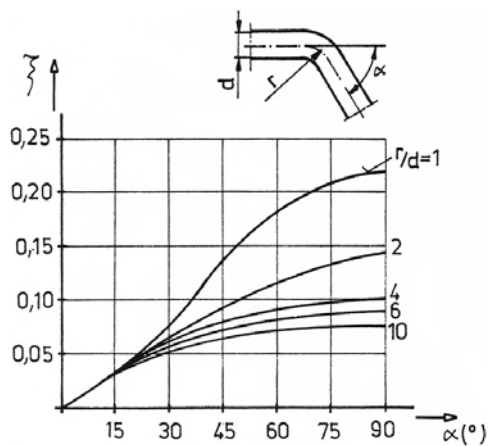
F/1 ábra. Hidraulika olajok sűrűsége a nyomás-, és hőmérséklet függvényében



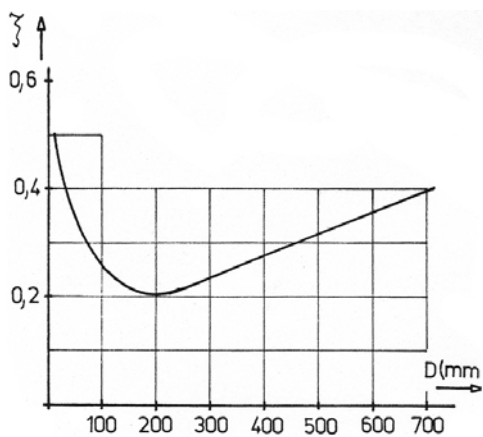
F/2. ábra. Hidraulikaolajok rugalmassági modulusza a nyomás-, és hőmérséklet függvényében



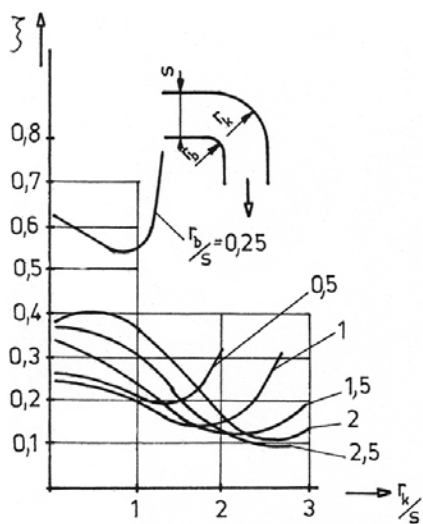
F/3. ábra. Magyar hidraulikaolajok viszkozitásának hőmérséklet függése



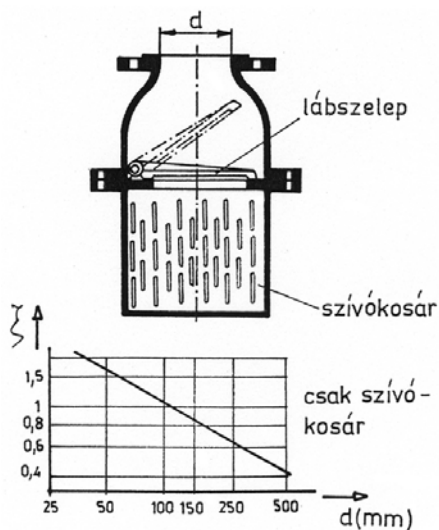
F/4. ábra. Ívcsövek ellenállástényezője



F/5. ábra. Teljesen nyitott tolózárak ellenállástényezője



F/6. ábra. Állandó téglalap keresztmetszetű ívcső ellenállástényezője



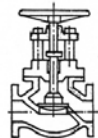
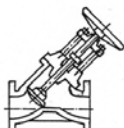
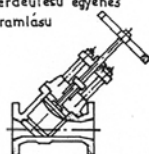
Szívókosár + lábzelep

d(mm)	75	100	150	200	300	500
ζ	8	7	6	5	3,7	2,5

F/7. ábra.

Teljesen nyitott szelepek ellenállástényezői:

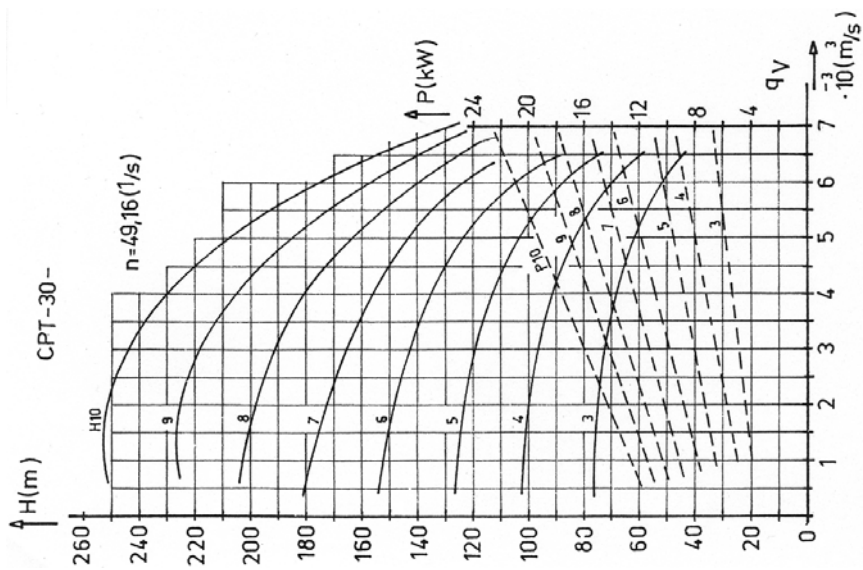
F/4. táblázat

Szeleptípus	Névleges átmérő (mm)									
	25	32	40	50	65	80	100	125	150	200
átmenő 	4	4,2	4,4	4,5	4,7	4,8	4,8	4,5	4,1	3,6
átmenő 	—	—	—	2,9	2,9	2,8	2,7	2,5	2	1,4
átmenő 	2,1	2,2	2,3	2,3	2,4	2,5	2,4	2,2	2,1	2
ferdeülésű 	2,1	2,2	2,3	2,3	2,4	2,5	2,4	2,3	2,1	2
ferdeülésű egyenes áramlású 	1,7	1,4	1,2	1	0,9	0,8	0,7	0,6	0,6	0,6

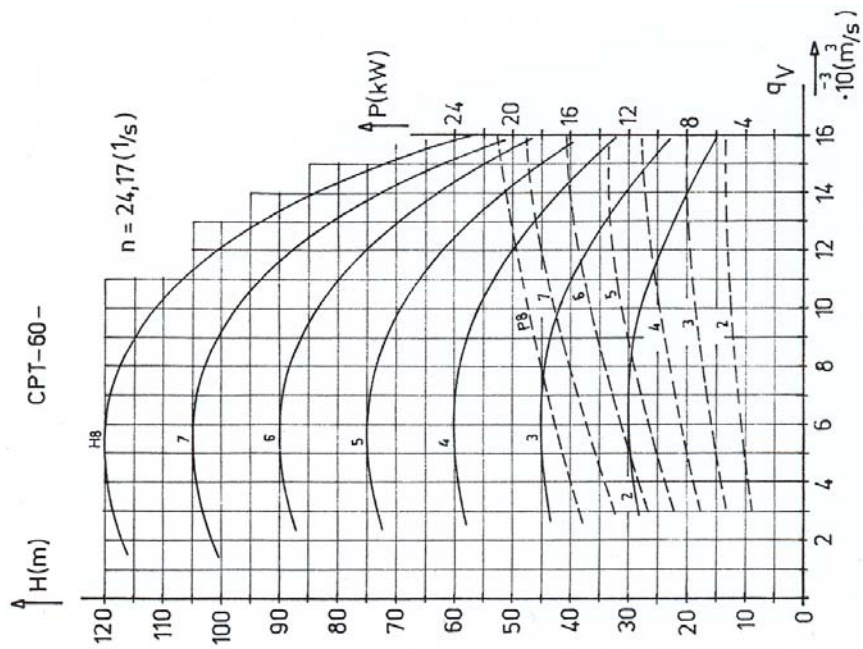
Teljesen nyitott sarokszelepek ellenállástényezői:

F/5. táblázat

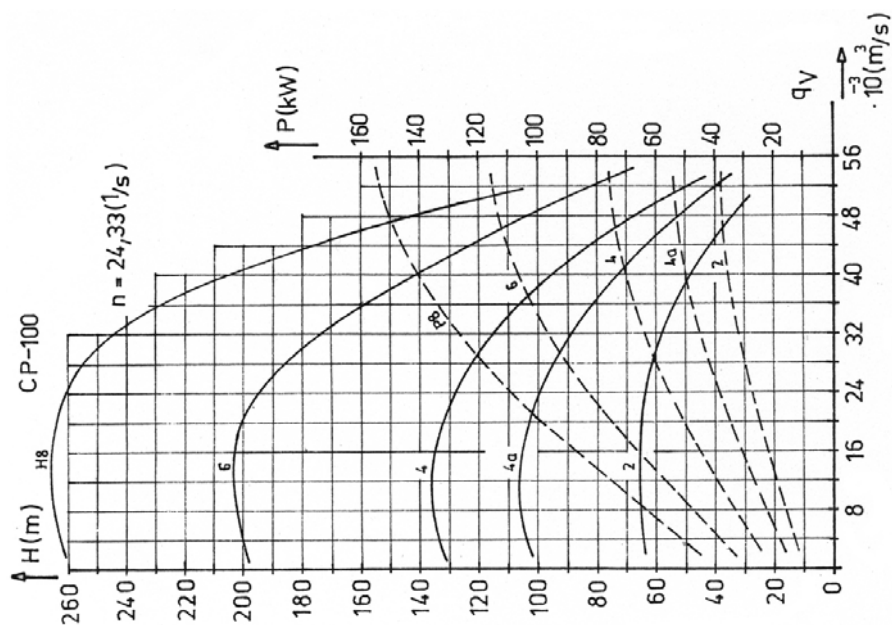
Névl. átm. (mm)	25	32	40	50	65	80	100	125	150	200
közönséges	2,8	3	3,3	3,5	3,7	3,9	3,8	3,3	2,7	2
ferdeülésű	1,6	1,6	1,7	1,9	2	2	1,9	1,7	1,5	1,3



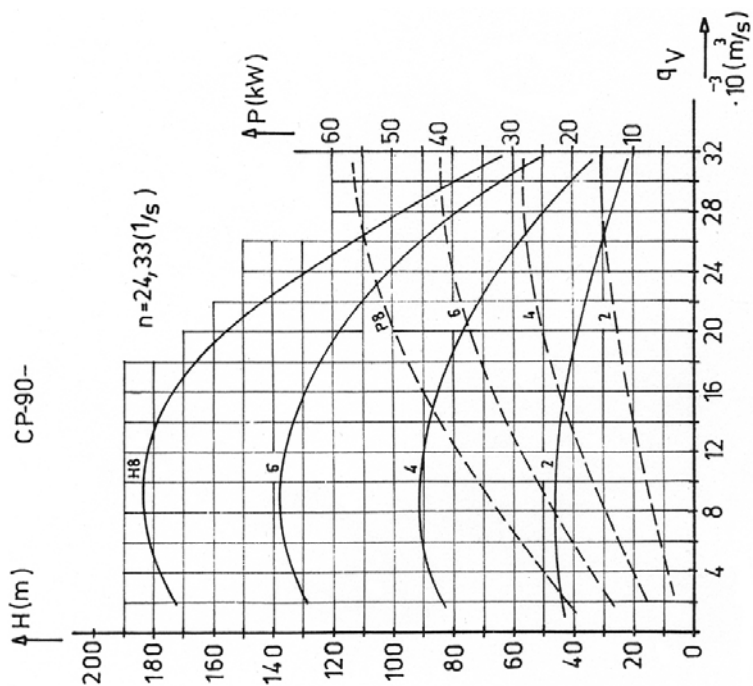
Szivó- és nyomócsonk névleges átmérő: 70 mm
F/8. ábra



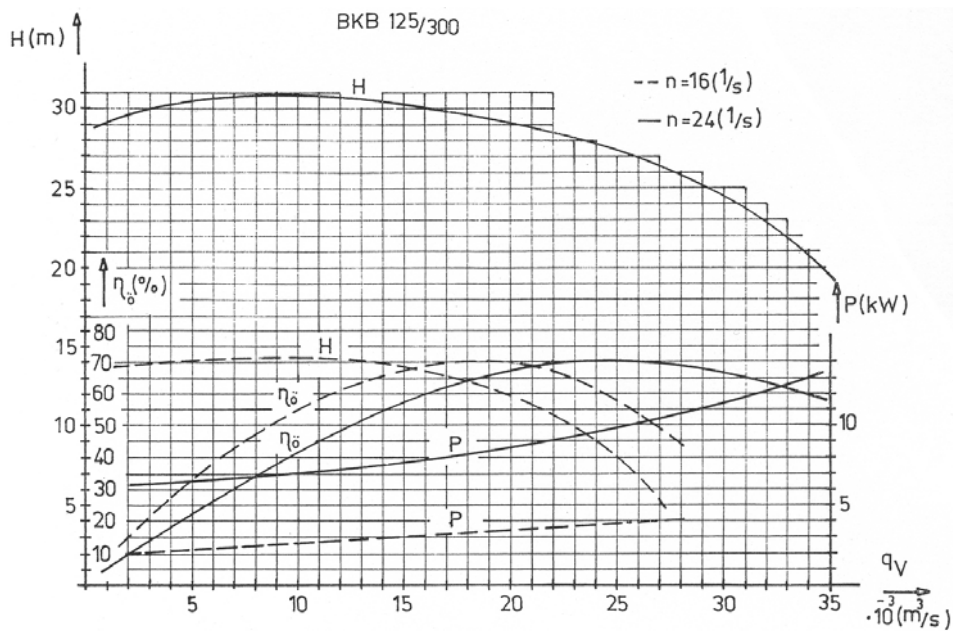
Szivó- és nyomócsonk névleges átmérő: 80 mm
F/9. ábra



Szivó- és nyomócsontk névleges átmérő: 150 mm
F/11. ábra

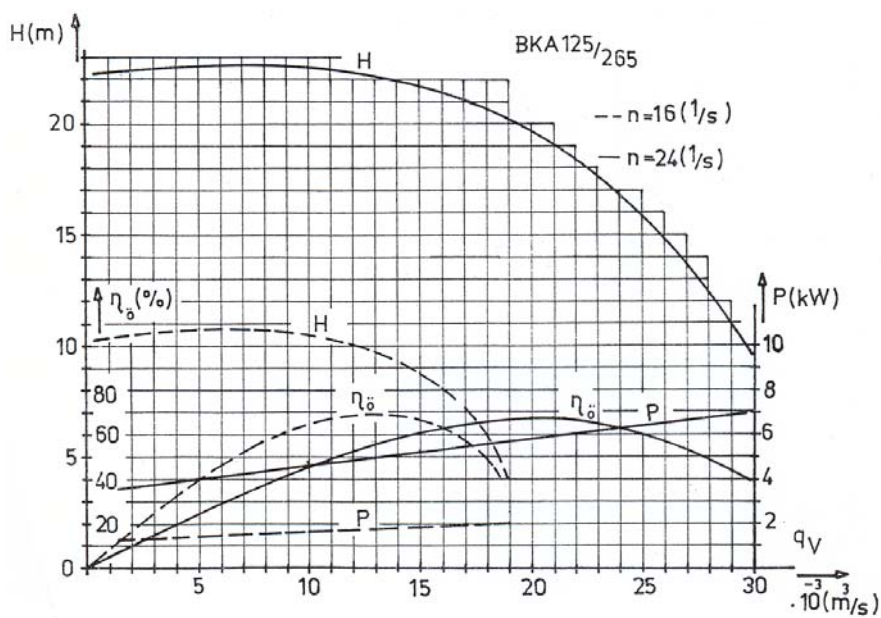


Szivó- és nyomócsontk névleges átmérő: 125 mm
F/10. ábra



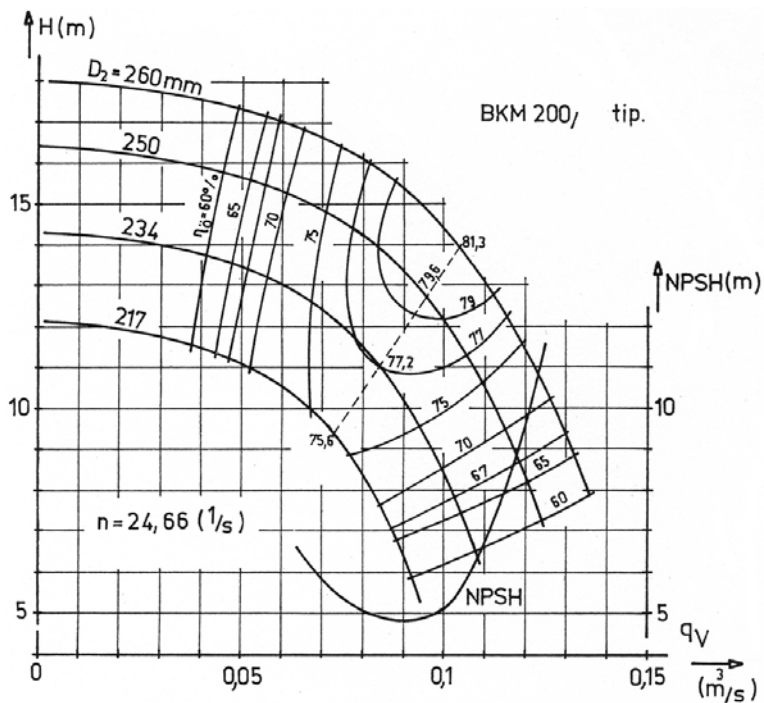
Szívó- és nyomócsők névleges átmérő: 125 mm

F/12. ábra



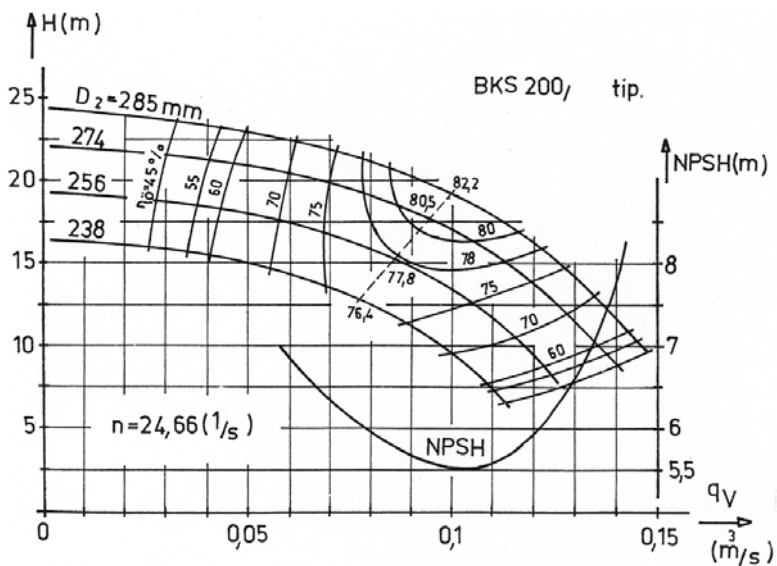
Szívó- és nyomócsők névleges átmérő: 125 mm

F/13. ábra



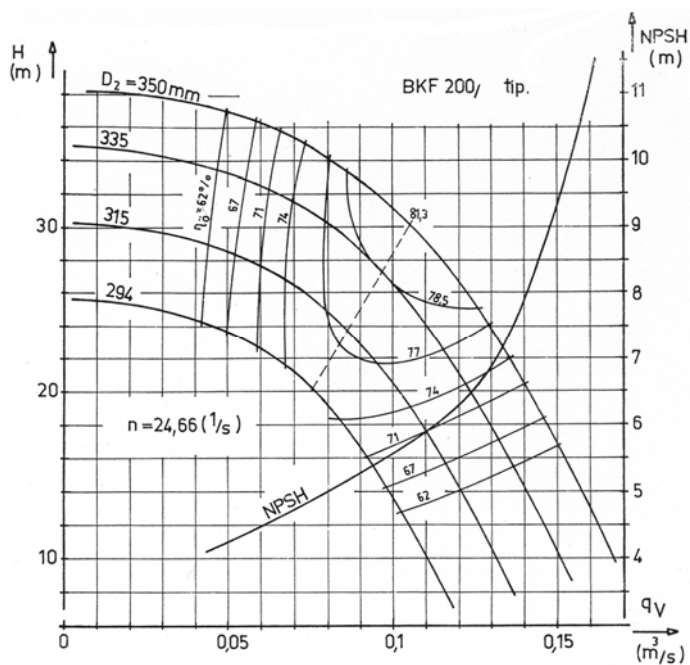
Szívó- és nyomócsők névleges átmérő: 250 mm

F/14. ábra



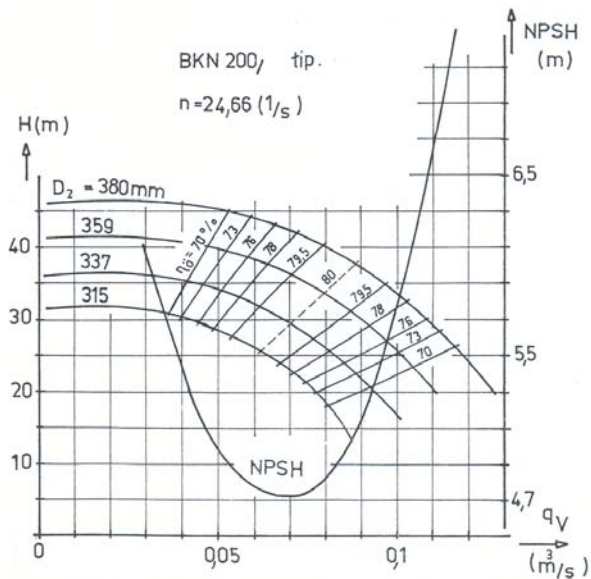
Szívó- és nyomócsők névleges átmérő: 250 mm

F/15. ábra



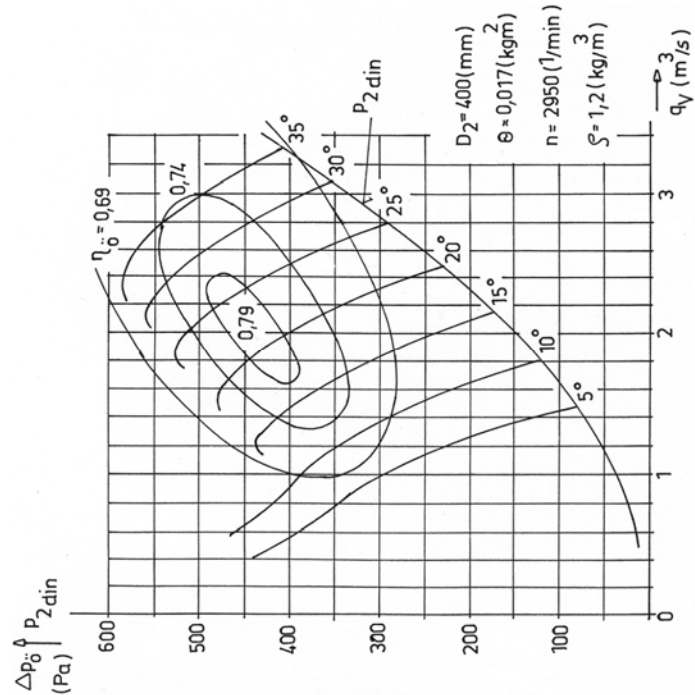
Szívó- és nyomócsők névleges átmérő: 250 mm

F/16. ábra

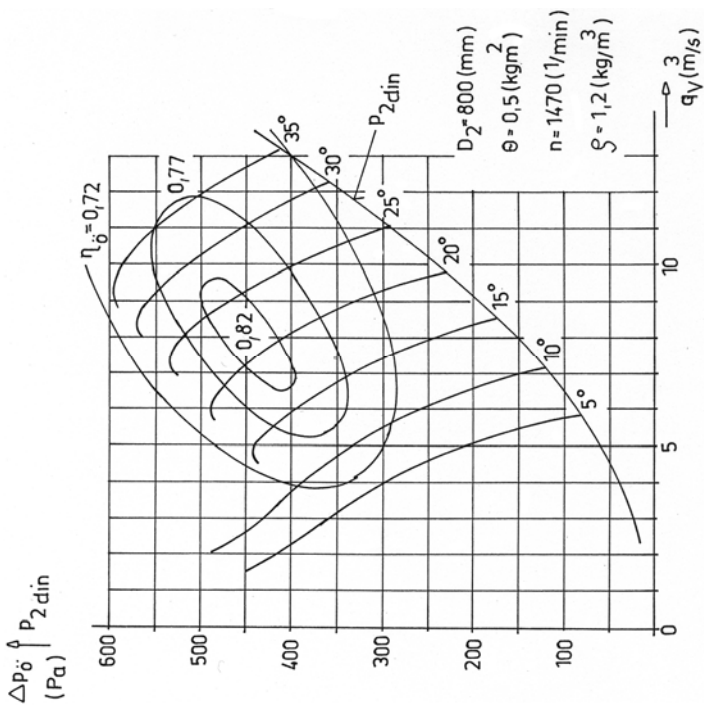


Szívó- és nyomócsők névleges átmérő: 250 mm

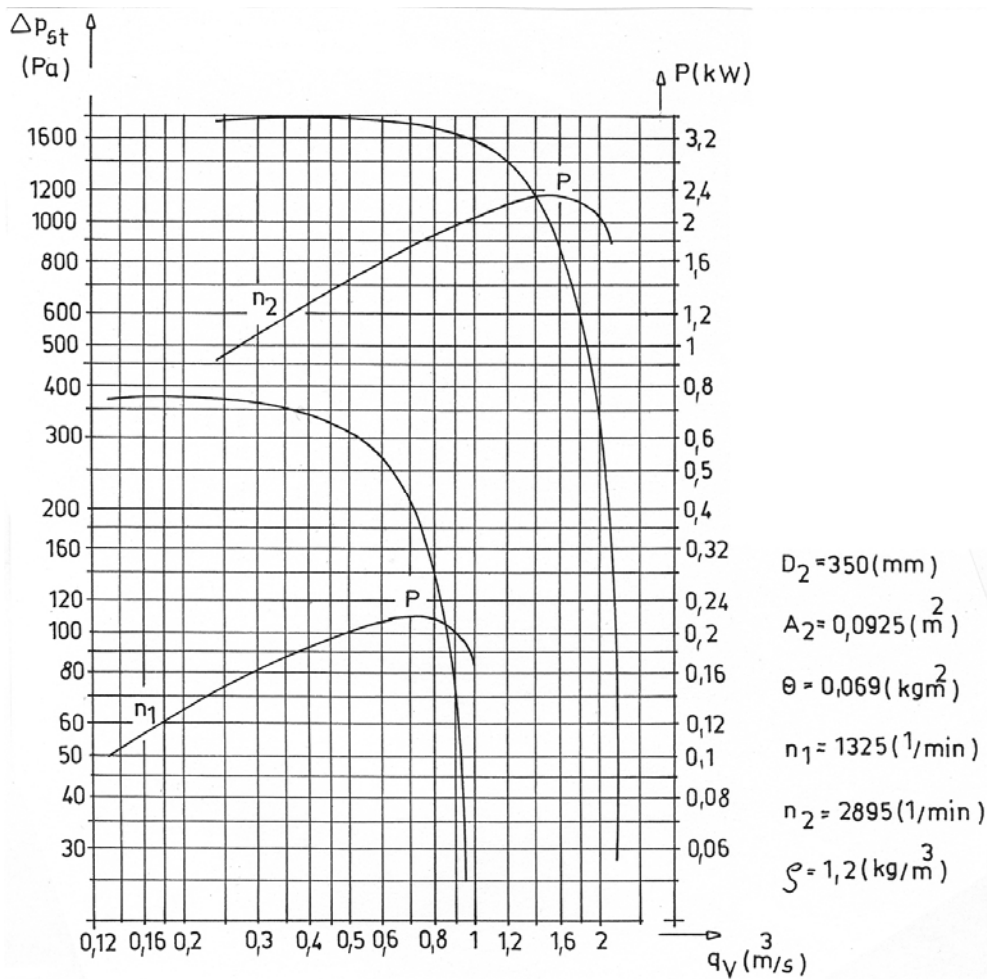
F/17. ábra



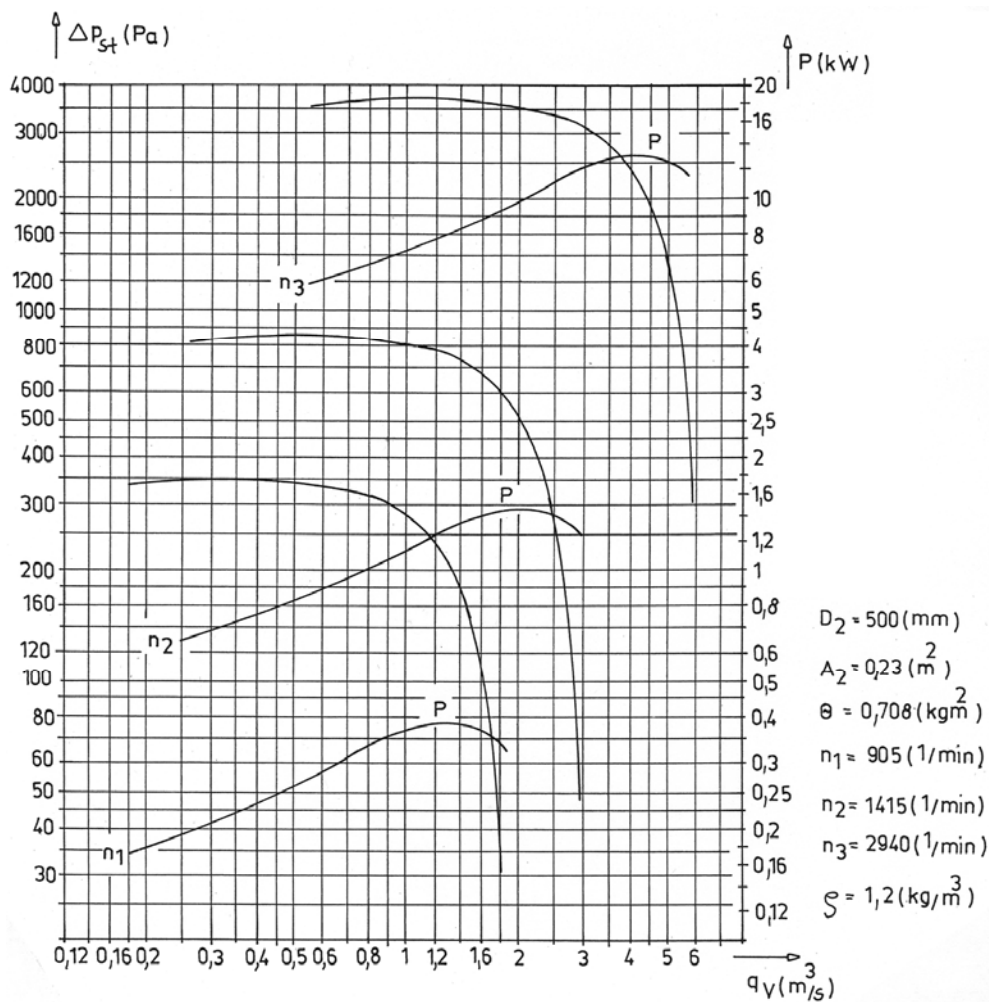
Axiálventilátor jellemzői
F/18. ábra



Axiálventilátor jellemzői
F/19. ábra



F/20. ábra. Radiálventilátor jellemzői



F/21. ábra. Radiálventilátor jellemzői

Villamos motorok műszaki jellemzői

2p $n_0 = 50$ [1/s]

F/6. táblázat

Típus	P_n (kW)	n (1/s)	I_n (A)	$\cos\varphi$	η (%)	$\frac{I_i}{I_n}$	$\frac{I_b}{I_n}$	$\frac{T_i}{T_n}$	G_D^2 (Nm ²)
VZ80r2	0,75	47,5	1,8	0,83	75	5	3,2	2,1	0,0734
VZ80h2	1,1	47,5	2,5	0,83	81	5,1	3,2	2,1	0,0981
VZ90S2	1,5	47,6	3,2	0,86	82	5,5	3,5	2	0,0981
VZ90L2	2,2	47,6	4,8	0,87	80	5,6	3,5	2,1	0,1275
VZ100L2	3	47,2	6,2	0,90	81	5,6	2,8	2,1	0,177
VZ112M2	4	48,2	8	0,90	83	6,5	3,1	2,1	0,54
VZ132Sr2	5,5	48,2	11,7	0,86	84	6,3	3,5	2,4	0,491
VZ132Sh2	7,5	47,7	15	0,88	85	6,2	3,4	2,2	0,589
VZ160Mr2	11	47,2	21	0,92	85	7	3	2,6	1,57
VZ160Mh2	15	47,2	29,5	0,92	85	7	3,1	2,6	2,26
VZ160L2	18,5	49	35,6	0,90	87	7,3	3,4	2,9	2,94
VZ180M2	22	47,7	42	0,90	88	7,5	3,5	3	5,1
VZ200Lr2	30	47,6	55	0,91	91	7,6	3,3	2,9	11,77
VZ200Lh2	37	47,75	68	0,90	92	7,5	3,8	2,8	14,52

4p $n_0 = 25$ [1/s]

F/7. táblázat

Típus	P_n (kW)	n (1/s)	I_n (A)	$\cos\varphi$	η (%)	$\frac{I_i}{I_n}$	$\frac{I_b}{I_n}$	$\frac{T_i}{T_n}$	G_D^2 (Nm ²)
VZ80r4	0,55	23,75	1,6	0,75	70	4,5	2,8	2,2	0,0785
VZ80h4	0,75	23,66	2	0,78	76	4,6	2,8	2,2	0,103
VZ90S4	1,1	23,9	2,7	0,76	80	4,9	2,8	2,3	0,132
VZ90L4	1,5	23,83	3,8	0,79	78	5,1	2,8	2,3	0,172
VZ100Lr4	2,2	23,9	5	0,81	81	5,1	2,7	1,8	0,314
VZ100Lh4	3	24	6,8	0,82	81,5	5,5	2,7	2,1	0,412
VZ112M4	4	23,9	8,8	0,83	83	6	2,8	2,2	0,54
VZ132S	5,5	24,1	12	0,82	84	6,1	2,8	2	0,981
VZ132M	7,5	24,16	16,5	0,82	85	6,3	2,8	2,1	1,374
VZ160M4	11	24,1	22,2	0,84	88	6,9	2,8	2	2,796
VZ160L4	15	24,33	30	0,84	88	6,8	2,8	2	3,73
VZ180M4	18,5	24,58	37	0,86	87,5	6,6	2,7	2,2	8,24
VZ180L4	22	24,58	44	0,85	89	6,8	2,3	2,3	9,61
VZ200L4	30	24,58	60	0,85	90	7,2	2,4	2,8	13,54

Villamos motorok műszaki jellemzői

6p $n_0 = 16$ [1/s]										F/8. táblázat									
8p $n_0 = 21$ [1/s]										F/9. táblázat									
Tipus	P_n (kW)	n (1/s)	I_n (A)	$\cos\varphi$	η (%)	$\frac{I_i}{I_n}$	$\frac{T_b}{T_n}$	$\frac{T_i}{T_n}$	$G D^2$ (Nm ²)	Tipus	P_n (kW)	n (1/s)	I_n (A)	$\cos\varphi$	η (%)	$\frac{I_i}{I_n}$	$\frac{T_b}{T_n}$	$\frac{T_i}{T_n}$	$G D^2$ (Nm ²)
VZ80r6	0,37	15,66	1,3	0,7	62	3,3	2,3	1,9	0,093	VZ80r8	0,18	10,83	0,8	0,72	47	2	1,6	1,2	0,0785
VZ80h6	0,55	15,66	1,65	0,75	67	2,9	2	1,7	0,103	VZ80h8	0,25	11	1,1	0,68	50	2,3	1,7	1,5	0,098
VZ90S6	0,75	15,5	2,3	0,73	67	3	2	1,5	0,196	VZ90S8	0,37	11,5	1,6	0,65	54	2,6	2,1	1,7	0,167
VZ90L6	1,1	15,66	3,4	0,7	70	3,4	2,2	1,7	0,255	VZ90L8	0,55	11,5	1,9	0,68	68	2,8	1,8	1,5	0,196
VZ100L6	1,5	15,83	4,3	0,73	72	4,1	2,3	1,8	0,63	VZ100Lr8	0,75	11,83	2,6	0,65	73	3,1	1,9	1,4	0,191
VZ112M6	2,2	16	5,5	0,75	80	4,6	2,2	1,9	0,824	VZ100Lh8	1,1	11,83	3,5	0,65	74	3,5	1,7	1,3	0,63
VZ132S6	3	16,08	7	0,78	82	6	2,5	2	1,57	VZ112M8	1,5	11,92	4,3	0,67	75	3,6	2	1,5	0,824
VZ132Mr6	4	15,9	9,2	0,79	83	5,8	2,4	1,9	1,913	VZ132S8	2,2	12	7	0,65	74	3,6	1,7	1,2	1,57
VZ132Mh6	5,5	15,75	13	0,79	83	5,8	2,4	1,9	2,354	VZ132M8	3	12	9	0,67	76	3,7	1,8	1,7	1,962
VZ160M6	7,5	16,16	17,5	0,75	86	4,5	2,3	1,7	5,69	VZ160Mr8	4	12,16	10	0,73	82	3,7	1,8	1,4	4,61
VZ160L6	11	16,16	25	0,78	84	5,5	2,3	2	8,04	VZ160Mh8	5,5	12,16	14	0,71	84	3,7	1,8	1,4	5,69
VZ180L6	15	16,16	32	0,82	87,5	5,8	2,6	1,9	15,5	VZ160L8	7,5	12,16	18	0,74	85	3,5	1,7	1,2	7,75
VZ200Lr6	18,5	16,25	37,5	0,84	89	5,2	2	2	17,95	VZ180L8	11	12,1	26	0,76	85	4,8	2,2	1,9	14,72
VZ200Lh6	22	16,25	45,5	0,85	90	5,1	2	2	21,58	VZ200L8	15	12,1	34	0,77	87	4,1	1,8	1,9	17,95

Dahlander kapcsolású pólusváltó villamos motorok műszaki jellemzői

F/10. táblázat

Típus	P (kW)	n (1/s)	I _n (A)	$\frac{T_i}{T_n}$	GD ² (Nm ²)	
(4) és (2) pólus						
VZ80r4/2	0,37	0,55	24,16/48,16	1,35/1,5	2,1/1,9	0,0638
VZ80h4/2	0,55	0,75	24,16/48,33	2,1/9	2,5/2,3	0,0834
VZ90S4/2	0,75	1,1	24,16/47,8	2,1/2,5	2,1/1,7	0,133
VZ90L4/2	1,1	1,5	24,16/48,33	2,6/3	2,3/2,2	0,172
VZ100Lr4/2	1,5	2,2	24,16/48	3,6/4,8	1,7/2	0,314
VZ100Lh4/2	2,2	3	24,16/48,33	5/6,2	1,9/2,3	0,472
VZ112M4/2	3	4	24,25/48,5	7/8,5	2/2,3	0,54
VZ132S4/2	4	5,5	24,3/48,6	8,8/11,2	1,6/2	0,98
VZ132M4/2	5,5	7,5	24,3/48,6	11,5/15,5	1,7/1,8	1,37
VZ160M4/2	7,5	11	24,5/49	16/22,5	2,2/2	2,75
VZ160L4/2	11	15	24,6/49,2	25/31	2,7/2,7	3,73
VZ180M4/2	15	18,5	24,5/49,2	30/37,5	1,9/2,2	8,24
VZ180L4/2	18,5	22	24,5/49,2	37/45	2,2/2,5	9,62
VZ200L4/2	22	30	24,6/49,3	44/58	2,6/2,5	13,54

Típus	P (kW)	n (1/s)	I _n (A)	$\frac{T_i}{T_n}$	GD ² (Nm ²)	
(8) és (4) pólus						
VZ80r8/4	0,18	0,25	11/23	0,9/0,85	1,3/1,4	0,0638
VZ80h8/4	0,25	0,37	11,7/23,75	1,4/1	1,9/1,7	0,0834
VZ90S8/4	0,37	0,55	11,8/23,8	1,5/1,4	1,7/1,45	0,172
VZ90L8/4	0,55	0,75	11,8/24	2,2/1,75	1,8/1,8	0,255
VZ100Lr8/4	0,75	1,1	12/24,2	3/2,5	1,4/1,4	0,47
VZ100Lh8/4	1,1	1,5	12/24,25	4/3,2	1,3/1,4	0,63
VZ112M8/4	1,5	2,2	12/24,25	5,2/4,7	1,45/1,5	0,83
VZ132S8/4	2,2	3	12,2/24,5	8/6,9	1,2/1,3	1,67
VZ132M8/4	3	4	12,1/24,6	10,4/9,4	1,2/1,4	2,35
VZ160Mr8/4	4	5,5	12,2/24,5	11,5/12	1,4/1,45	4,61
VZ160Mh8/4	5,5	7,5	12,25/24,6	16,5/16	1,5/1,65	5,69
VZ160L8/4	7	11	12,25/24,5	19/21,5	1,4/1,45	8,04
VZ180L8/4	11	15	12,2/24,5	28/31	1,4/1,6	15,5
VZ200Lr8/4	15	18,5	12,25/24,6	38/37	1,7/2,1	17,95
VZ200Lh8/4	18,5	22	12,25/24,7	47/44	1,8/2,4	21,6

Villamos motorok hatásfoka és teljesítménytényezője részterhelésnél

Terhelés	1/4	2/4	3/4	4/4	5/4	6/4
hatásfok (%)	90	93,5	95,5	96	95,5	93
	89	93	94,5	95	94,5	92
	88	92,5	93,5	94	93,5	91
	87	91,5	93	93	92	90
	87	91,5	92,5	92	90,5	88,5
	86	90,5	91,5	91	89,5	87,5
	85	89,5	90,5	90	88,5	85,5
	83	88,5	89,5	89	87	83,5
	81	87,5	88,5	88	86	82,5
	80	86,5	87,5	87	84,5	81
	79	85,5	86,5	86	83,5	79,5
	77	84,5	85,5	85	82,5	78
	76	83,5	84,5	84	81,5	77
	74	82	83,5	83	80,5	76
	73	81	82,5	82	79,5	75
	71	80	81,5	81	78,5	74
	70	79	80,5	80	77,5	73
	68	78	79,5	79	76,5	72
	66	75	76,5	76	73,5	69
	65	74	75,5	75	72,5	68
	64	73	74,5	74	71,5	67
	63	72	73,5	73	70,5	66
	62	71	72,5	72	69	65
	60	69	70,5	70	67,5	63
	58	67	68,5	68	65,5	61
	57	66	67,5	67	64,5	60
	52	61	62,5	62	59	55
	44	53	54,5	54	51,5	49
	42	50,5	52,5	52	49	47
	40	49	50,5	50	47,5	43
	37	46	47,5	47	44,5	40

Terhelés	1/4	2/4	3/4	4/4	5/4	6/4
cos φ	0,76	0,86	0,9	0,91	0,91	0,91
	0,71	0,83	0,88	0,9	0,9	0,9
	0,67	0,81	0,87	0,89	0,89	0,89
	0,63	0,78	0,85	0,88	0,89	0,89
	0,6	0,77	0,84	0,87	0,88	0,88
	0,58	0,76	0,83	0,86	0,87	0,87
	0,56	0,74	0,82	0,85	0,86	0,86
	0,54	0,72	0,81	0,84	0,85	0,85
	0,5	0,7	0,8	0,83	0,84	0,84
	0,49	0,69	0,78	0,82	0,83	0,83
	0,48	0,68	0,77	0,81	0,82	0,82
	0,47	0,66	0,76	0,8	0,81	0,81
	0,46	0,65	0,75	0,79	0,8	0,8
	0,44	0,63	0,73	0,78	0,8	0,8
	0,42	0,62	0,72	0,77	0,79	0,79
	0,4	0,6	0,7	0,76	0,78	0,78
	0,4	0,6	0,7	0,75	0,77	0,77
	0,39	0,59	0,69	0,74	0,76	0,76
	0,38	0,58	0,68	0,73	0,75	0,75
	0,37	0,57	0,67	0,72	0,74	0,74
	0,36	0,56	0,66	0,71	0,73	0,73
	0,34	0,53	0,64	0,7	0,72	0,72
	0,32	0,51	0,62	0,68	0,7	0,7
	0,3	0,5	0,61	0,67	0,69	0,69
	0,29	0,48	0,59	0,65	0,67	0,67

F/11. táblázat

6. Felhasznált irodalom

Szakkönyvek, jegyzetek

1. Gruber –Blahó: Folyadékok mechanikája TK 1965
2. Szentmártony: Folyadékok mechanikája I J4-486
3. Blahó - Szentmártony: Módszertani útmutató J4-63
4. Blahó: Folyadékok mechanikája példatár J4-712
5. Szőnyi – Somogyi: Általános géptan példatár J4-328
6. Pattantyús: Gyakorlati áramlástan TK 1965
7. Áramlástan példatár: Ár. 79-1974 NME (Miskolc)
8. Hidraulikus rendszerek. Szerk. Kröelly-D. MK 1977
9. Áramlástechnikai gépek példatár Ár. 78-1973 NME (Miskolc)
10. Füzy: Vízgépek TK 1965
11. Tánczos – Halász – Marik: Segédlet és példatár J4-813
12. Fáy – Troskolanski – Varga: Szivattyúüzemi kézikönyv MK 1978
13. Gruber: Ventilátorok MK 1968
14. Fűrész Ferenc: Példatár (Áramlástechnikai gépek) BDGMF 1010 Bp. 1980.
15. Tóth Béla: Hő- és áramlástechnikai feladatok Bp. 1992
16. Siemens AG: Ventilátor katalógusok
17. Szivattyú, villamos motor katalógusok.