

Bernoulli Gleichung

Strömt Gas oder eine Flüssigkeit durch ein Rohr mit einer Verengung, dann beobachtet man, daß der Druck p des strömenden Mediums auf die Wand des Rohres im Bereich der Verengung kleiner ist als im Bereich des weiten (normalen) Querschnitts. Bestimmt man die Strömungs-Geschwindigkeit im weiten und engen Rohrteil, so findet man, daß die Strömungsgeschwindigkeit v im weiten Rohrteil kleiner als im verengten Teil ist.

Die Beziehung zwischen Strömungsgeschwindigkeit und Rohrquerschnitt ergibt die sog. Kontinuitätsgleichung, die für nicht kompressibel Flüssigkeiten besagt, daß das Produkt aus Rohrquerschnitt F und Strömungsgeschwindigkeit v immer konstant und gleich dem Durchflussvolumen Q (pro Zeiteinheit) ist: $F \cdot v = \text{konst.} = Q$. Bei kleinerem Querschnitt muss also die Geschwindigkeit größer sein, damit Q konstant bleibt.

Druck, Strömungsgeschwindigkeit und Dichte bestimmen die Energie des strömenden Mediums. Die Energie darf sich aber (abgesehen von Verlusten durch Reibung) nicht ändern (Gesetz von der Erhaltung der Energie). Es gilt daher die

Energiebilanz: E an Stelle 1 = E an Stelle 2 (Abb.1). Hieraus folgen für nicht kompressibel (nicht zusammendrückbare) Flüssigkeiten die Bernoulli Gleichung

$$p_1 + \frac{1}{2}e v_1^2 = p_2 + \frac{1}{2}e v_2^2$$

p_1 bzw. p_2 bezeichnet den statischen Druck an der Stelle 1 bzw. 2 (Druck auf die Rohrwand), $\frac{1}{2}e v_1^2$ bzw. $\frac{1}{2}e v_2^2$ den Staudruck. Hierbei ist e die Dichte und v_1 bzw. v_2 die Geschwindigkeit der Flüssigkeit oder des Gases. Die Summe aus statischem Druck und Staudruck nennt man den Gesamtdruck; er macht sich in einem der Flüssigkeit entgegengerichteten Rohr bemerkbar und kann so gemessen werden (Pitot – Rohr). Aus der Formel erkennt man: Je höher der statische Druck an einer Stelle ist, desto geringer ist die Geschwindigkeit des strömenden Mediums an dieser Stelle (und umgekehrt). Liegt das System nicht waagrecht, so muss noch die verschiedenen Höhenlagen der betrachteten Stellen in die Gleichung einführen.

In der tiefe h einer im Schwerfeld befindliche Flüssigkeit herrscht der Hydrostatische Druck

$$p = p_0 + \rho g h$$

wenn p_0 den auf der freien Oberfläche wirkenden Druck bezeichnet. Der Druck nimmt also mit der Tiefe zu.

Eine Anwendungsmöglichkeit dieser Gesetze ist in Abb. 2 dargestellt: Wird der statische Druck in der eingeschnürten Stelle geringer als der äußere Luftdruck, so wird aus dem Becherglas Wasser angesaugt, das Glas leert sich schnell. Diesen Effekt benützt man bei der Wasserstrahlpumpe (Abb. 3). Durch die Düse schießt ein Wasserstrahl mit großer Geschwindigkeit in ein erweitertes Rohr. Den Stutzen schließt man an ein geschlossenes Gefäß an. Weil der Wasserstrahl die gesamte in dem Gefäß und in der Leitung befindliche Luft mitreißt und mit sich wegführt, wird der Behälter "luftleer" gepumpt (evakuiert).

Eine Verbesserung dieser Anlage ist der Dampfstrahl – Luftsauger, bei dem an Stelle des Wassers Wasserdampf von erhöhtem Druck eingesetzt wird. Auch das Funktionieren des Tragflügels bei einem Flugzeug lässt sich mit der Bernoulli Gleichung erklären, ebenso die Tatsache, daß in der Duschkabine der Vorhang nach innen gezogen wird, wenn die Brause läuft. Durch das schnell strömende Wasser wird die Luft in der Kabine mitgerissen und bekommt so eine größere Geschwindigkeit als die Luft außerhalb, die ja praktisch in Ruhe

ist; die daraus resultierende Druckdifferenz drückt den Vorhang nach innen.

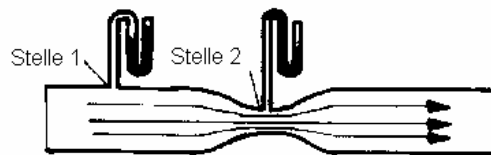


Abb.1 An einer Einschnürung herrscht kleiner Druck.

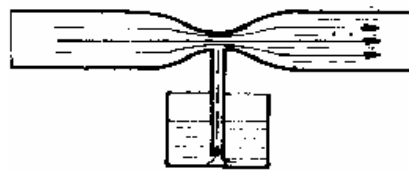


Abb.2 Durch Unterdruck wird ein Becherglas geleert

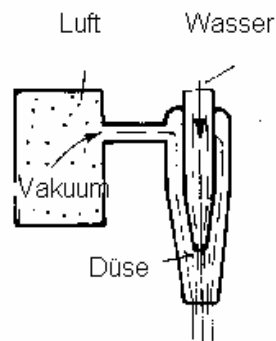


Abb.3 Vasserstrahlpumpe

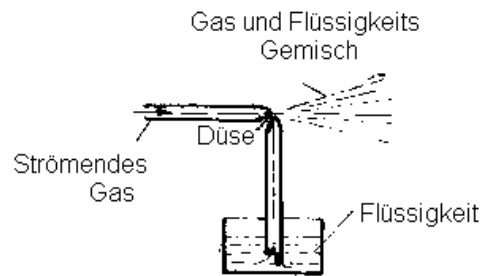
Wortschatz

Flüssigkeit, - en, f	lichid
Rohr, - e, n	țeavă
Verengung, - en, f	gâtuire, îngustare
Druck, - e, (Drücke), m	presiune
Durchflussvolum, - e, n	debit volumic
Rohrquerschnitt, - e, n	secțiunea țevii
Kontinuitätsgleichung, - en, f	ecuația de continuitate
Becherglas, - gläser, n	pahar de laborator
mittreiben	a antrena
Vergaser, -, m	carburator, gazificator
Parfümzerstäuber, -, m	pulverizator de parfum, atomizor
Tragflügel, -, m	aripă portantă

Hausaufgaben

Übersetzen sie ins Rumänische:

Gase folgen wie Flüssigkeiten der Bernoulli Gleichung. Lässt man eine Gasströmung mit großer Geschwindigkeit am oberen Ende eines Röhrchens, dessen unteres Ende in eine Flüssigkeit sich befindet, vorbeistreichen, so steigt die Flüssigkeit in dem Röhrchen auf und wird am oberen Ende von der Gasströmung mitgerissen



Dies ist das Funktionsprinzip des Vergasers und des Parfümzerstäubers.

Übersetzen sie ins Deutsche:

Ecuția lui Bernoulli face legătura între presiunile statica, dinamică și de poziție ale unui fluid în mișcare. Deoarece suma tuturor acestor trei presiuni rămâne mereu constantă într-o coloana de fluid, o reducere a uneia din ele, implică imediat o creștere a celorlalte. Acest fenomen stă la baza unei întregi clase de pompe de vid. Tot cu ajutorul ecuației lui Bernoulli poate fi explicată apariția portanței la aripa unui avion.

Lösen Sie

1. Wie groß ist der Schweredruck 8 km unter der Meeresoberfläche, wenn die Dichte des Meerwassers $1,026 \text{ g/cm}^3$ beträgt?

2. Wie groß ist der Auftrieb, der auf ein U-Boot wirkt mit einem Gesamtvolumen $V=1260 \text{ m}^3$ und einem Gewicht von $G=10^3 \text{ to}$ in 300, 200, 100 m Tiefe bei gelüfteten Tanks? Welchen Rauminhalt müssen die Tanks haben, wenn bei halber Füllung derselben gerade Schweben eintreten soll?

3. Eine horizontale Röhre mit $r_1 = 10 \text{ cm}$ Radius verengt sich auf einen Radius $r_2 = 5 \text{ cm}$. Die Geschwindigkeit des Wassers am Eingang der Röhre ist $v_1 = 1 \text{ m/s}$ und der Druck beträgt $p_1 = 10^4 \text{ Pa}$. Man berechne die Geschwindigkeit v_2 und den Druck p_2 in der Verengung.

Fragen zur Konversation

Wie lautet die sog. Kontinuitätsgleichung?

Wie lautet die Bernoulli Gleichung?

Was verstehen Sie durch den statischen Druck?

Was verstehen Sie durch den Staudruck?

Wie funktioniert ein Vergaser?