



Budapesti Műszaki és
Gazdaságtudományi Egyetem Szent István Egyetem Óbudai Egyetem Typotex Kiadó

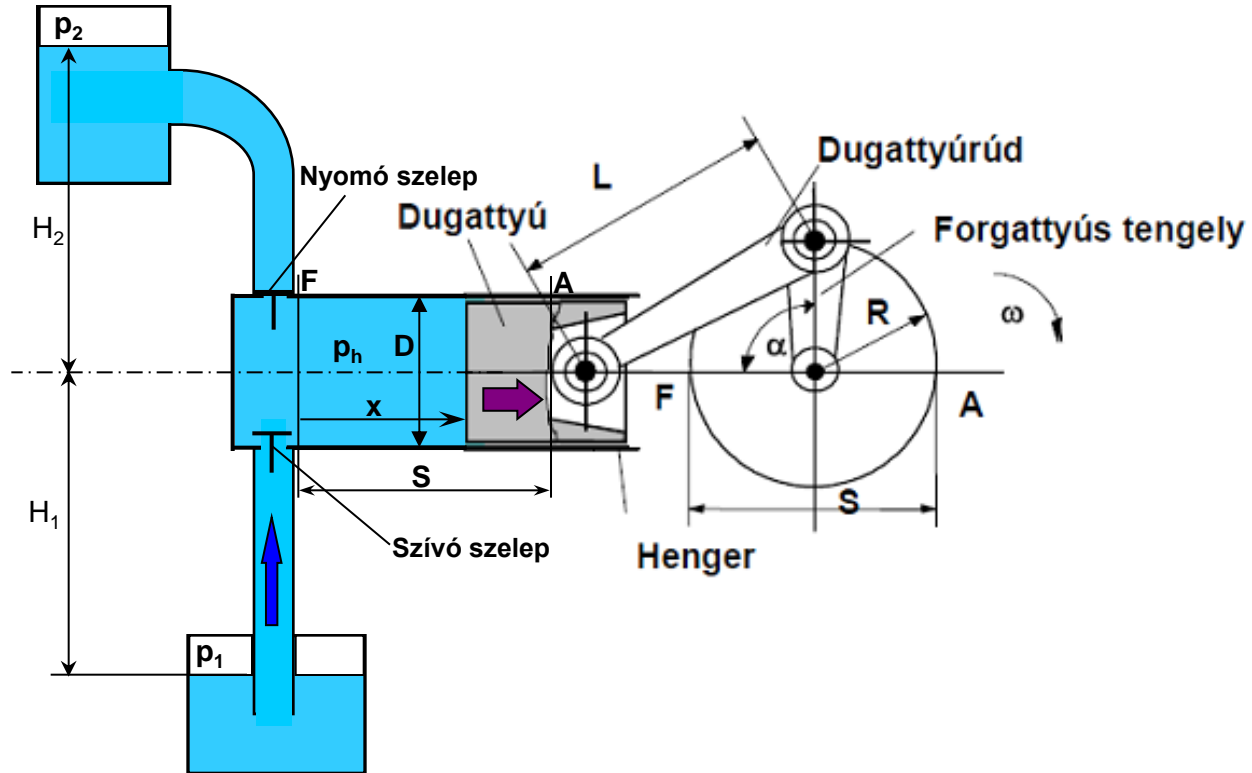
TÁMOP-4.1.2-08/A/KMR-0029

Áramlástechnikai gépek

17. Volumetrikus elven működő gépek, dugattyús szivattyú indikátor diagramja, ideális és valós jelleggörbék .

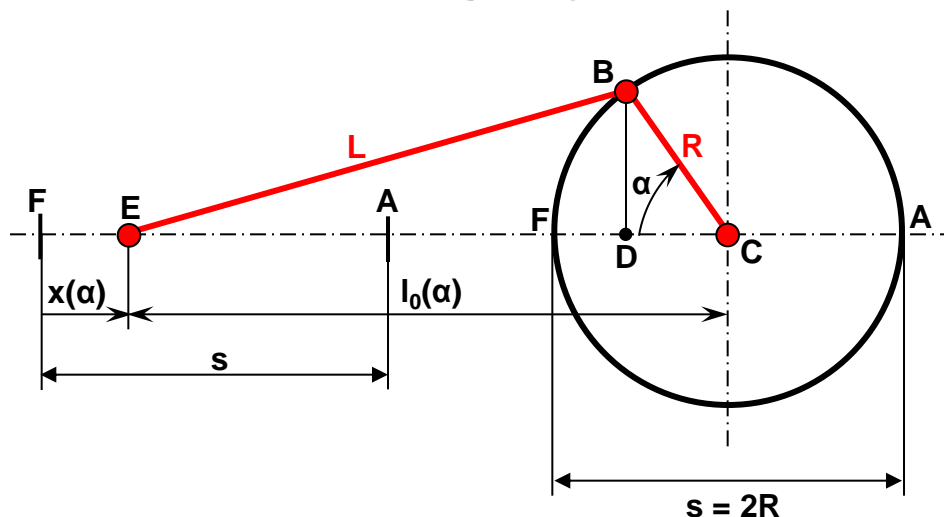
Szerzők: dr. Ruzinkó Endre ruszinko.endre@bgk.uni-obuda.hu
dr. Kullmann László kullmann.laszlo@hds.bme.hu
dr. Szlivka Ferenc szlivka.ferenc@gek.szie.hu
dr. Kégl Tibor kegl.tibor@bgk.uni-obuda.hu

17.1 Dugattyús szivattyú működése



17.1 ábra Dugattyús szivattyú

17.2 Dugattyús mechanizmus kinematikája



17.2 ábra Dugattyús mechanizmus vázlata

Dugattyúút:

$$x(\alpha) = L + R - l_0(\alpha)$$

(17.1)

$$l_0 = R \cos \alpha + \sqrt{L^2 - R^2 \sin^2 \alpha}$$

(17.2)

(17.2) → (17.1):

$$x = L + R - R \cos \alpha - \sqrt{L^2 - R^2 \sin^2 \alpha} = R(1 - \cos \alpha) + L \left(1 - \sqrt{1 - \left(\frac{R}{L} \right)^2 \sin^2 \alpha} \right)$$

(17.3)

Hajtórúdviszony (λ):

$$\lambda \equiv \frac{R}{L}$$

$$x(\alpha) = R(1 - \cos \alpha) + L \left(1 - \sqrt{1 - \lambda^2 \sin^2 \alpha} \right)$$

(17.4)

Dugattyúút, (17.4):

$$x(\alpha) = R(1 - \cos \alpha) + L \left(1 - \sqrt{1 - \lambda^2 \sin^2 \alpha} \right)$$

↓ $\lambda \rightarrow 0$

$$x \cong R(1 - \cos \alpha) = R(1 - \cos \omega t)$$

(17.5)

$$\cos \omega t = 1 - \frac{x}{R}$$

Hosszú hajtórúd esetén a dugattyúsebesség közel szinuszos lefutású, azaz:

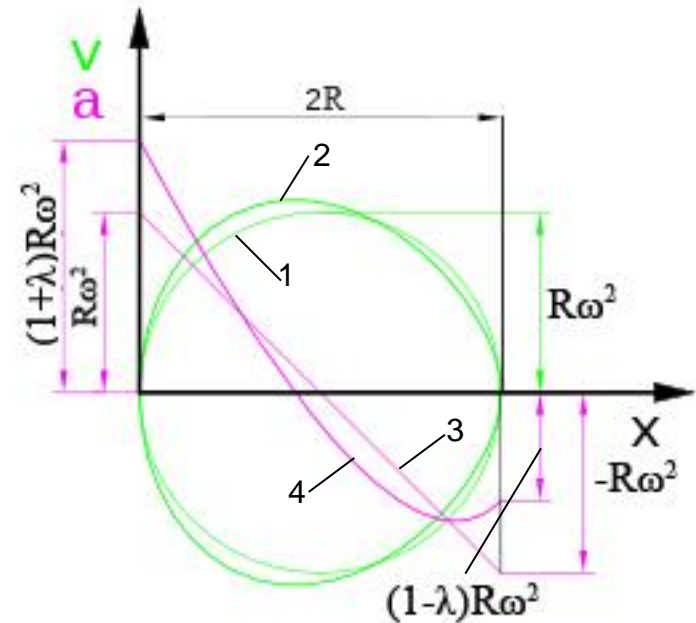
$$v = \frac{dx}{dt} = \frac{dx}{d\alpha} \frac{d\alpha}{dt} = \omega \frac{dx}{d\alpha} = \omega R \sin \alpha = \omega R \sin \omega t \quad (17.6)$$

$$v = \omega R \sqrt{1 - \left(1 - \frac{x}{R}\right)^2} \quad (\text{ellipszis}) \quad (17.6a)$$

Dugattyúgyorsulás:

$$a = \frac{dv}{dt} = \frac{dv}{d\alpha} \frac{d\alpha}{dt} = \omega \frac{dv}{d\alpha} = \omega^2 R \cos \omega t \quad (17.7)$$

$$a = \omega^2 R \frac{R - x}{R} = \omega^2 (R - x) \quad (\text{egyenes}) \quad (17.7a)$$



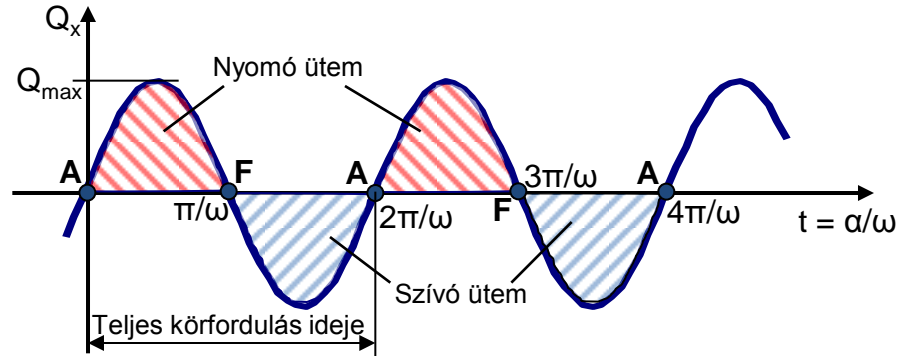
17.3 ábra A $v(x)$ és $a(x)$ funkció

17.3 A szivattyú vízszállítása

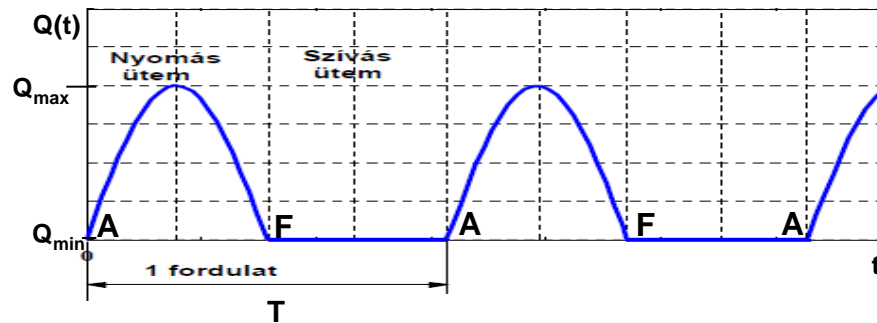
Térfogatáram:

$$Q_x = A_d v = \frac{\pi D^2}{4} v = \frac{\pi D^2}{4} \omega R \sin \omega t \quad (17.8)$$

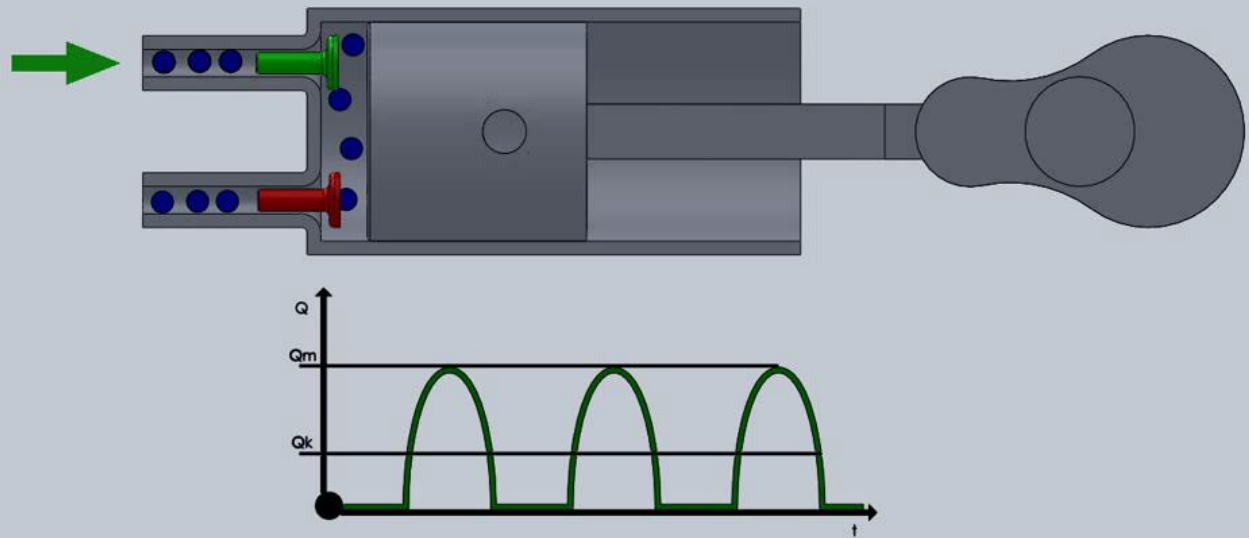
$$Q_x = Q_{\max} \sin \omega t \quad Q_{\max} = A_d \omega R \quad (17.9)$$



17.4 ábra Térfogatáram időbeli változása



17.4a ábra A vízszállítás időbeli változása



ANIMÁCIÓ 1 Dugattyús szivattyú működése és vízszállítása

Egyenlőtlenségi fok:

$$\delta = \frac{Q_{\max} - Q_{\min}}{Q_k} \quad (17.10)$$

Közepes szállítás:

$$Q_k = \frac{1}{T} \cdot \int_0^T Q(t) dt, \quad T = 2\pi/\omega \quad (17.11)$$

$$Q(t) = A_d v(t) = A_d \omega R \sin \omega t, \quad t \in [0, \pi/\omega]$$

$$Q(t) = 0, \quad t \in [\pi/\omega, 2\pi/\omega]$$

$$Q_k = \frac{1}{2\pi/\omega} \cdot A_d \cdot R \cdot \omega \cdot \left(\int_0^{\pi/\omega} \sin \omega t dt + \int_{\pi/\omega}^{2\pi/\omega} 0 dt \right) = \frac{1}{2\pi/\omega} \cdot A_d \cdot \frac{S}{2} \cdot \omega \cdot \frac{1}{\omega} [-\cos \omega t]_0^{\pi/\omega} =$$

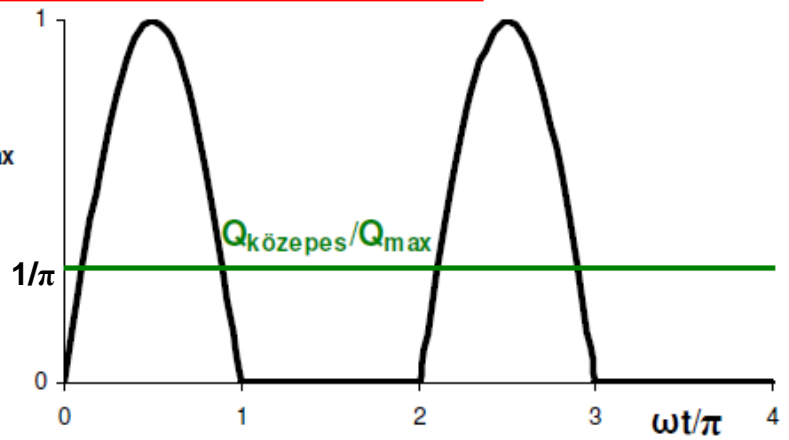
$$= \frac{1}{2\pi/\omega} \cdot A_d \cdot \frac{S}{2} \cdot \omega \cdot \frac{1}{\omega} \cdot 2 = \frac{1}{\pi} \cdot \omega \cdot A_d \cdot \frac{S}{2} = A_d \cdot S \cdot n \quad (17.12)$$

$$\omega = 2\pi n$$

$$(17.9): Q_{\max} = A_d \cdot \omega \cdot R = A_d \cdot 2\pi n \cdot \frac{S}{2} = A_d \cdot S \cdot \pi \cdot n$$

$$Q_{\max} = \pi Q_k \quad (17.13)$$

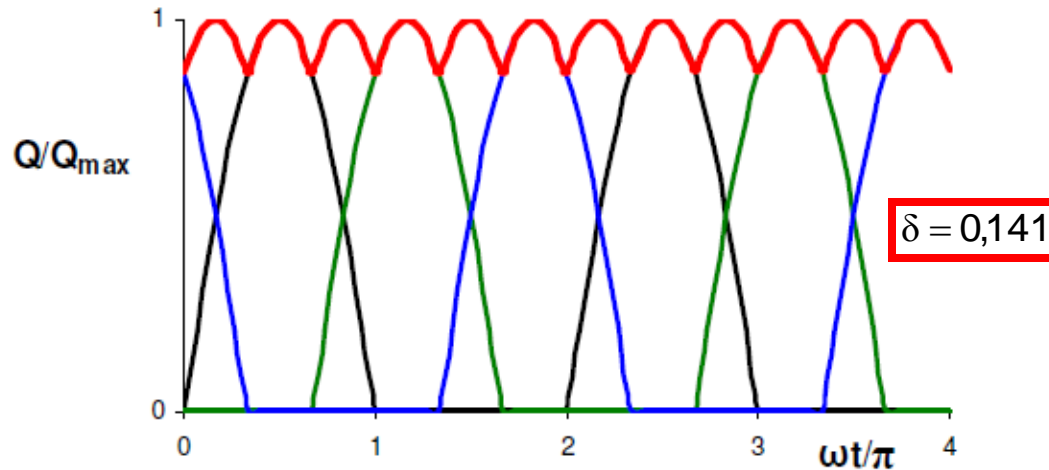
$$\frac{1}{\pi} = \frac{Q_k}{Q_{\max}}$$



17.5 ábra A vízszállítás időbeli változása

Egyszeres működésű dugattyús szivattyú egyenlőtlenségi foka, (17.10), (7.12) és (7.13) alapján :

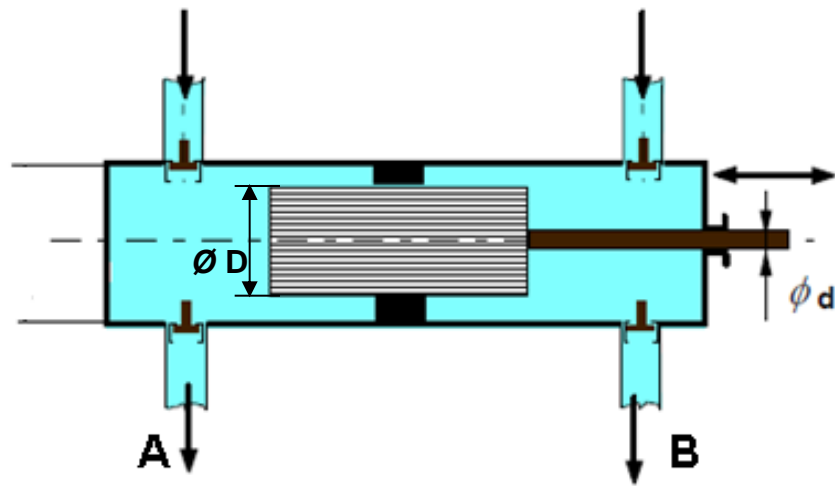
$$\delta = \frac{Q_{\max} - Q_{\min}}{Q_k} = \frac{A_d \cdot S \cdot n \cdot \pi - 0}{A_d \cdot S \cdot n} = \pi \quad (17.14)$$



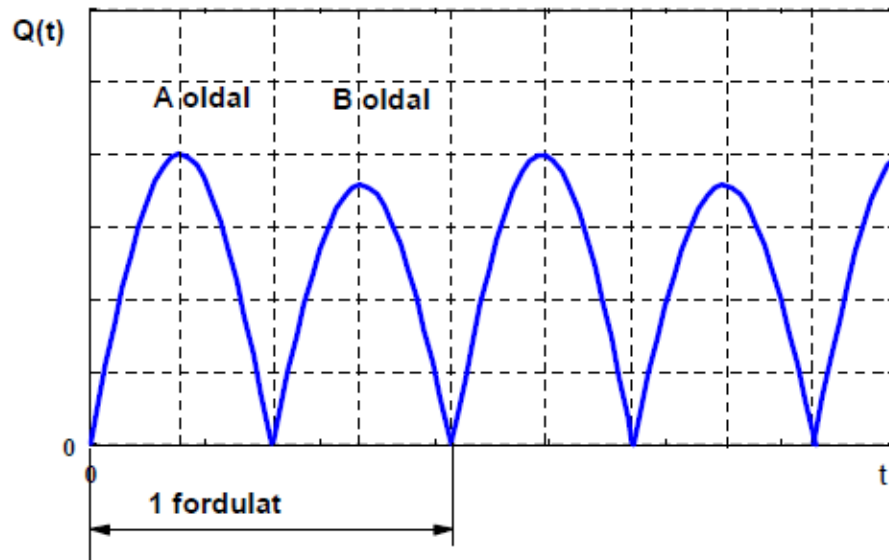
17.6. ábra Háromhengeres, egyszeres működésű dugattyús szivattyú folyadékszállítása.
Az **1.**, a **2.**, a **3.** henger folyadékszállítása és az **redő** folyadékszállítás

A tényleges átlagos, szállított mennyiség [m³/s]

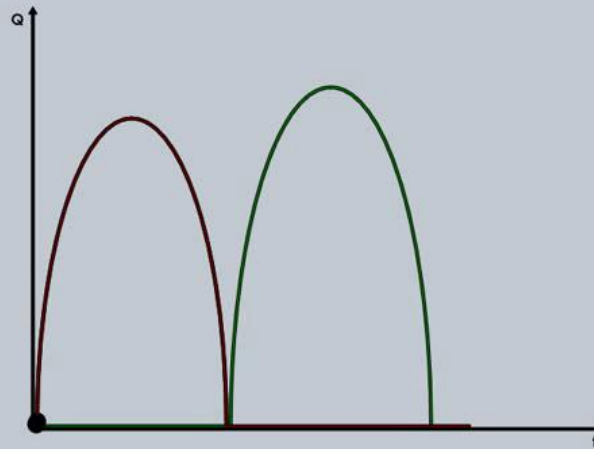
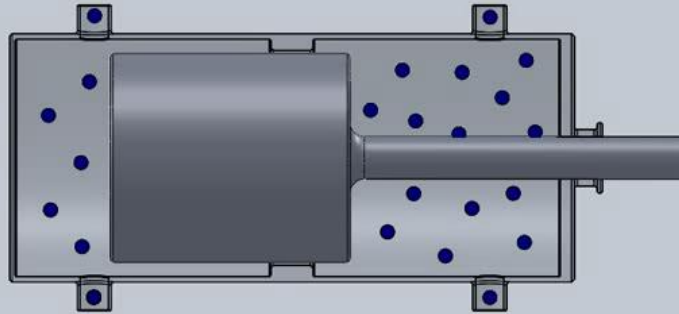
$$Q_k' = Q_k \cdot \eta_{\text{vol}} = \frac{\pi D^2}{4} \cdot S \cdot \frac{n}{60} \cdot \eta_{\text{vol}} \quad (17.15)$$



17.7 ábra Kettős működésű dugattyús szivattyú

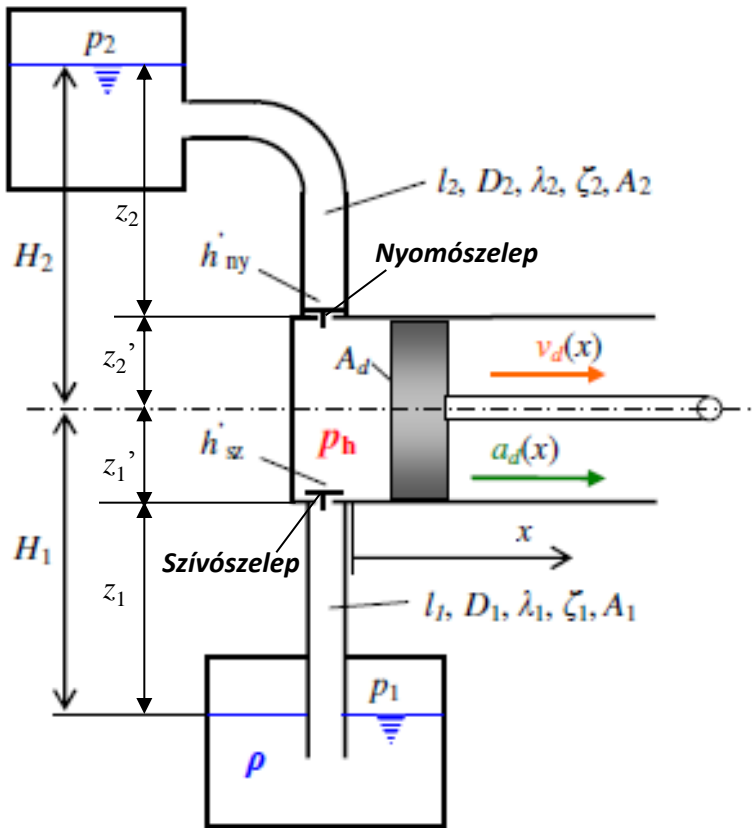


17.8 ábra Vízszállítás változása kettős működés esetén



ANIMÁCIÓ 2 Kettősműködésű dugattyús szivattyú vízszállítása

17.4 Dugattyús szivattyú ideális és valóságos indikátor diagramja



17.9 ábra Dugattyús szivattyúval táplált berendezés működési paraméterei, melyek a p_h hengertérbeli nyomást meghatározzák

A zárt szívószelepre felülről - amikor a nyomóoldali szelep zárva van - nehezedő nyomás (p_f):

$$p_f = p_h + \rho g z_1' \quad (17.16)$$

Ugyanekkor szelepre alulról p_a nyomás hat

$$p_a = p_1 - \rho g z_1 \quad (17.17)$$

A nyitás pillanatában statikus egyensúly esetén a két nyomás egyenlő:

$$p_f = p_a \Rightarrow p_h + \rho g z_1' = p_1 - \rho g z_1 \Rightarrow p_h = p_1 - \rho g (z_1 + z_1') = p_1 - \rho g H_1 \quad (17.18)$$

A valóságos nyomás a szívó- és nyomóütemben:

$$p_{h,sz} = p_1 - \rho g [H_1 + h_{a1}(x) + h_1'(x) + h'_{sz}] \quad (17.19)$$

$$p_{h,ny} = p_2 + \rho g [H_2 + h_{a2}(x) + h_2'(x) + h'_{ny}] \quad (17.20)$$

A csövekben az áramlási veszteség:

$$h'_i(x) = \frac{c_i^2}{2g} \left(\lambda_i \frac{l_i}{D_i} + \sum \xi_i \right), \quad i = 1, 2 \quad (17.21)$$

ahol c_i a szívó/nyomó csőben mérhető pillanatnyi sebesség

Kontinuitási tétel:

$$A_d \cdot v_d(x) = A_i c_i, \quad i = 1, 2 \quad (17.22)$$

$$c_i(x) = \frac{A_d \cdot v_d(x)}{A_i} \quad (17.23)$$

$$h'_i(x) = \left(\frac{A_d}{A_i} \right)^2 \frac{v_d^2(x)}{2g} \left(\lambda_i \frac{l_i}{D_i} + \sum \xi_i \right) \quad (17.24)$$

A folyadékoszlopot gyorsító nyomásmagasság:

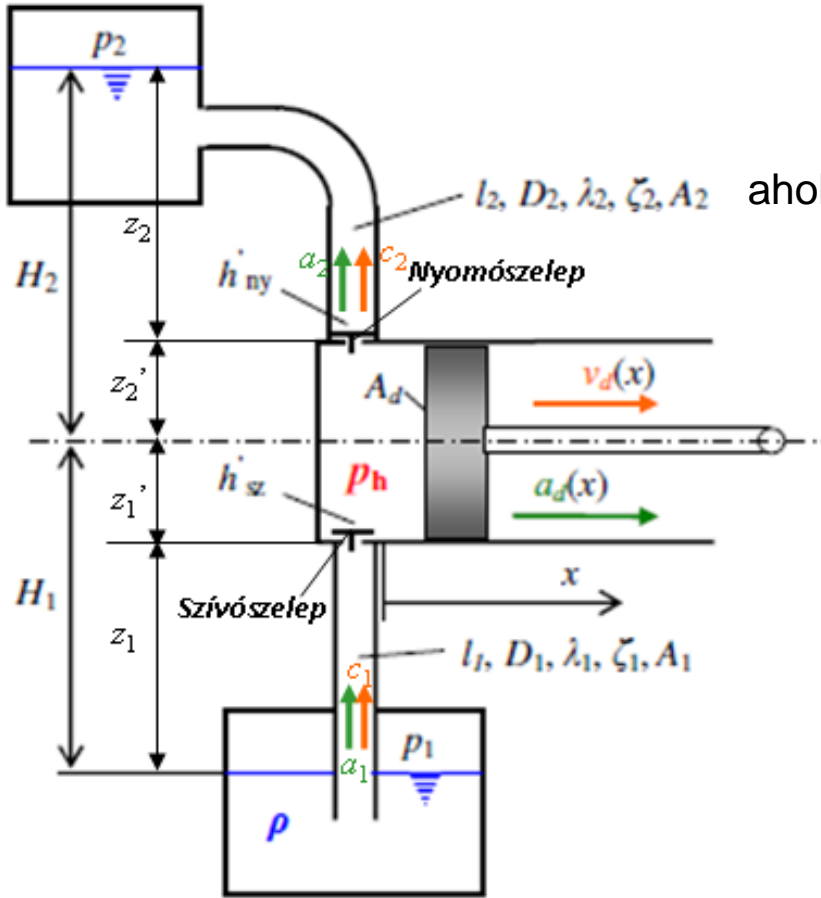
$$h_{ai}(x) = a_i \cdot l_i / g, \quad i = 1, 2 \quad (17.25)$$

A (17.22) egyenlet deriválása:

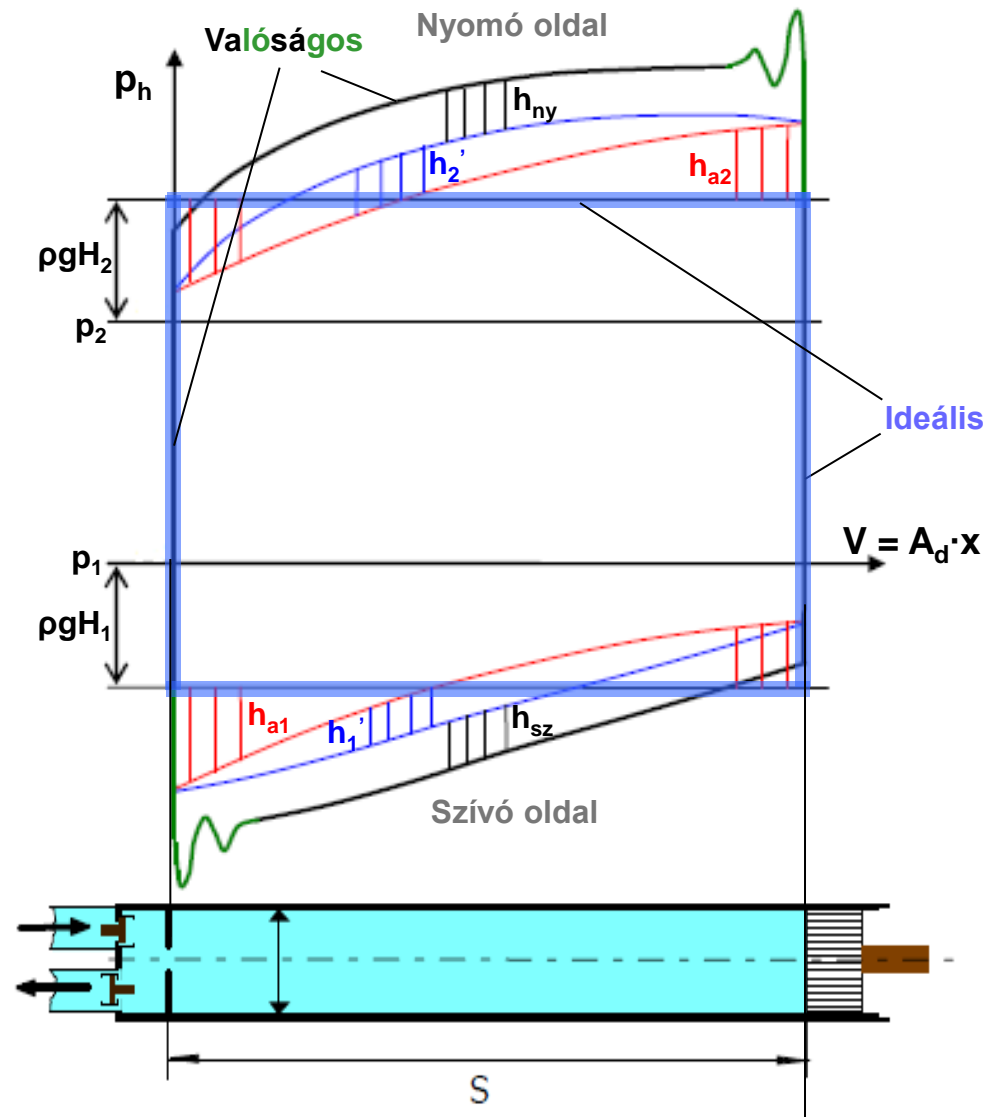
$$\frac{d}{dt} [A_d \cdot v_d(x)] = \frac{d}{dt} [A_i c_i] \Rightarrow a_i(x) = \frac{dc_i}{dt} = \frac{A_d}{A_i} a_d(x) \quad (17.26)$$

A (17.25) és (17.26) egyenletből:

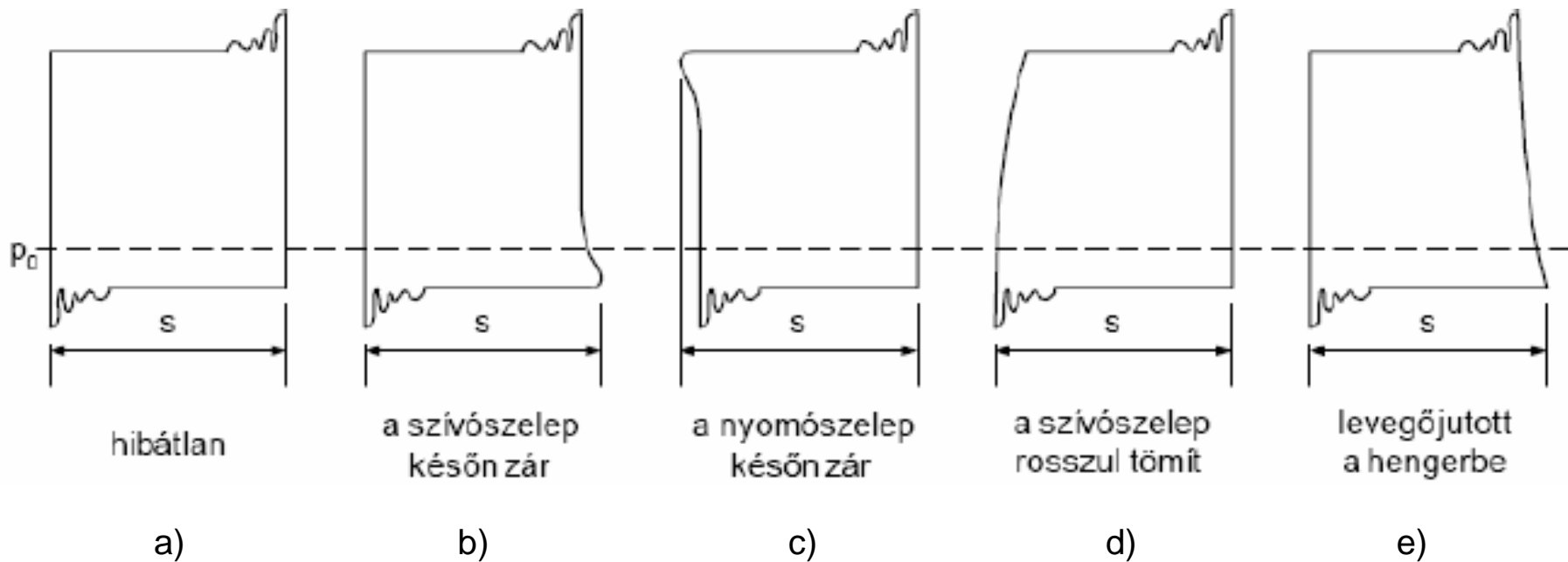
$$h_{ai}(x) = \frac{A_d}{A_i} a_d(x) \cdot \frac{l_i}{g} \quad (17.27)$$



17.9 ábra Dugattyús szivattyúval táplált berendezés működési paramétereit, melyek a p_h hengertérbeli nyomást meghatározzák

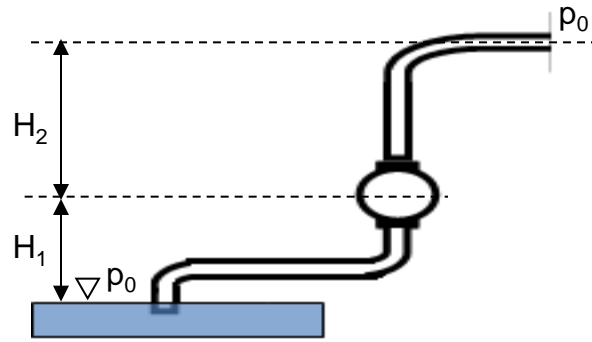


17.10. ábra Indikator diagram. A vonalkézással jelölt metszések a h_{a1} , h_{a2} gyorsító nyomásmagasságot, a h_1' , h_2' áramlási veszteségmagasságot, illetve a h_{sz} , h_{ny} szelepveszteség magasságot jelölik, a zöld vonal a szelep nyitáskor fellép transziens nyomásváltozás



17.11 ábra Dugattyús szivattyú különböző diagramjai

17.5 Dugattyús szivattyú kavitációjának elemzése



17.12a ábra Szivattyú elrendezése

„Váratlan” eredmény:

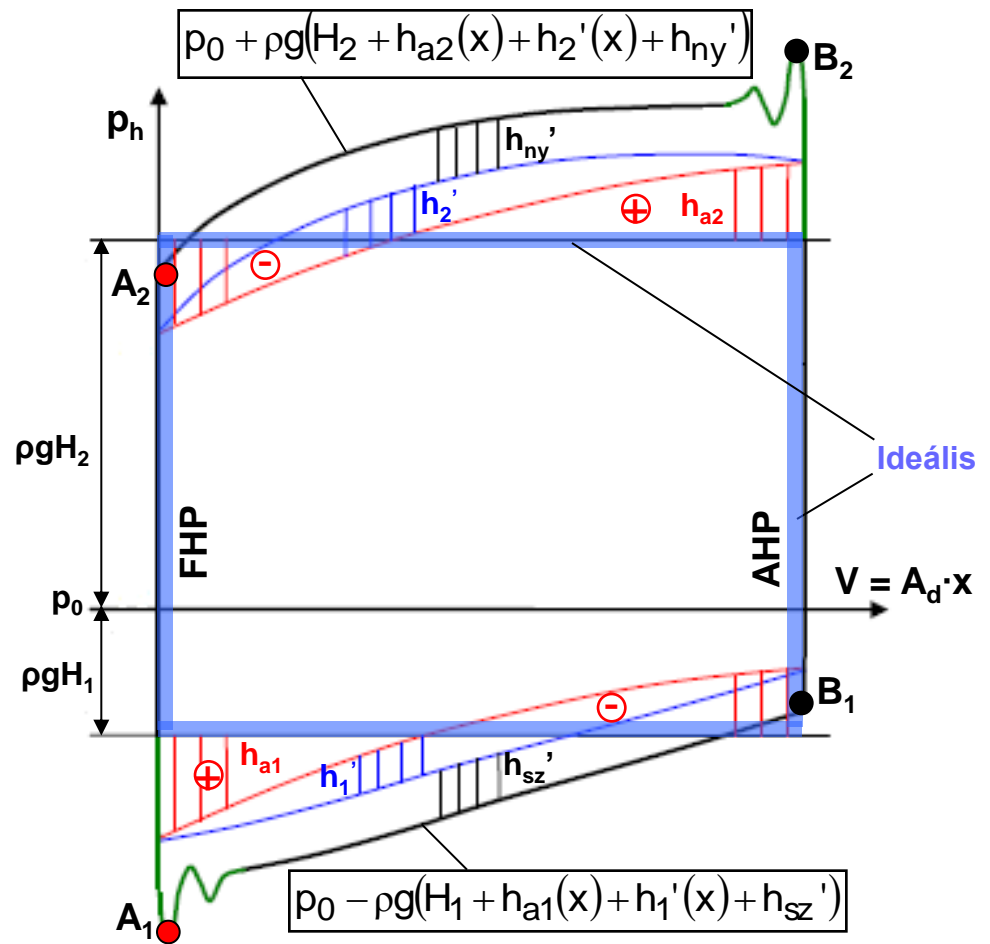
$$p_{A_2} < p_0 + \rho g H_2 \quad p_{B_1} > p_0 - \rho g H_1 \quad (17.28)$$

Kavitáció veszélye:

$$\min p < p_g(p, T) \quad (17.29)$$

$$\min_{A_2 B_2} p_h = p_{A_2} \quad \min_{A_1 B_1} p_h = p_{A_1} \quad (17.30)$$

$$p_{A_2} > p_{A_1} \quad (17.31)$$



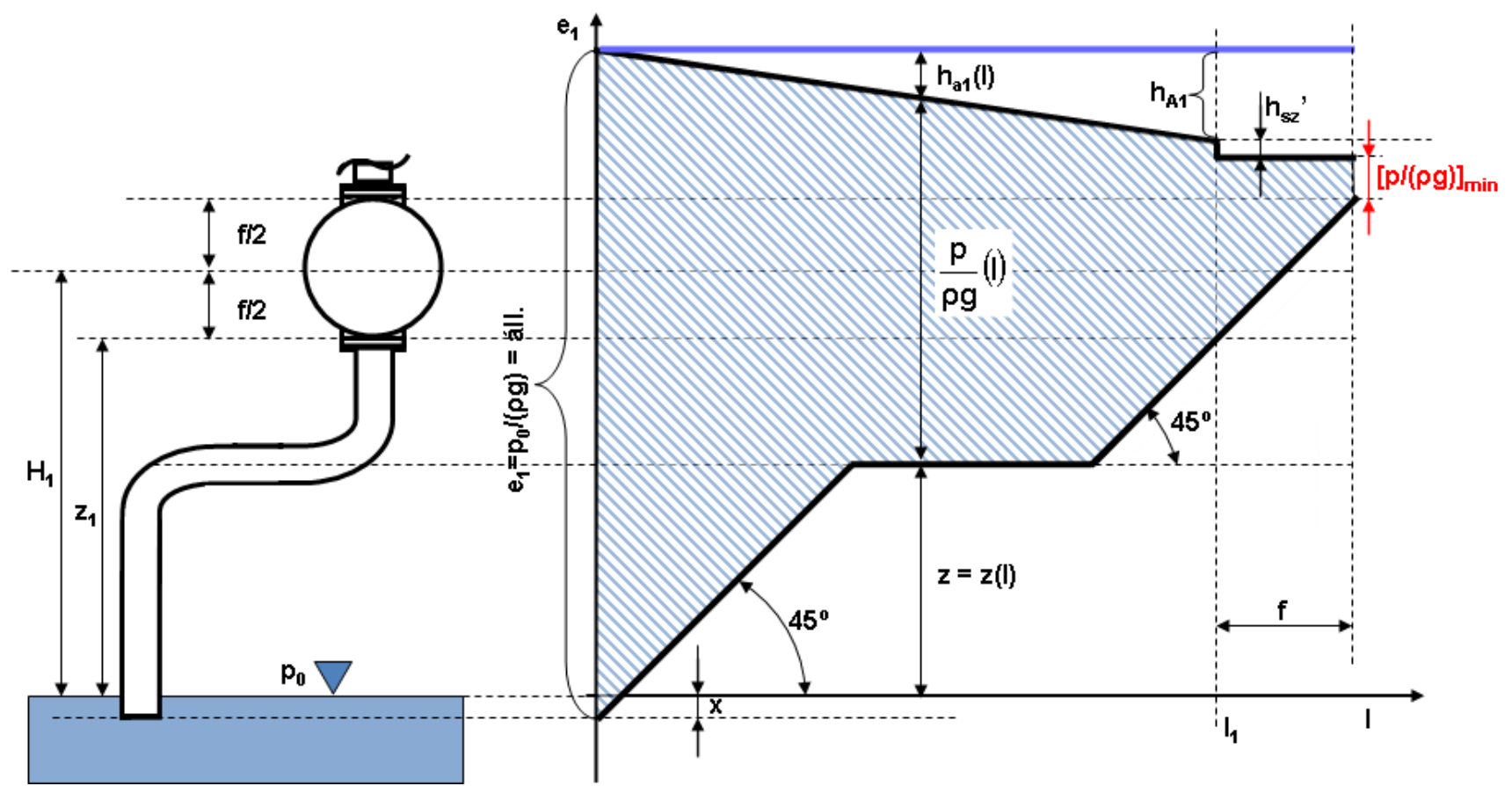
17.12b ábra Indikátor diagram kavitációveszély pontjai (A₁ és A₂)

Az energiatartalom a szívócsövön:

$$e = z + \frac{p}{\rho g} + \frac{c^2}{2g} + h_1' + h_{a1} + h_{sz}' = \text{áll} \quad (17.32)$$

Az energiatartalom (e_1) a szívócsövön a szívólöket elején ($c = 0$):

$$e_1 = z + \frac{p}{\rho g} + h_{a1} = \text{áll} \quad l \in [0, l_1] \quad (17.33)$$



17.13a ábra A 17.12a ábrán vázolt szivattyú szívócsőnek az A_1 holtpontra (a 17.12b ábrából) vonatkozó energiadiagramja

Ha az alapszintet a vízszint magasságában vesszük fel, és a szívócső x (m) mélyen merül a víztükör alá ($l = 0$ a 17.13a ábrán), akkor

$$\frac{p}{\rho g} = \frac{p_0}{\rho g} + x \quad (17.34)$$

Most a (17.33) egyenlet a $-x$ magasságban:

$$e_1 = -x + \frac{p}{\rho g} + h_{a1} = -x + \frac{p_0}{\rho g} + x = \frac{p_0}{\rho g} = \text{áll} \quad (17.35)$$

Mint hogy e_1 változatlan bármely magasságban, akkor a (17.33) és (17.35) egyenlet figyelembevételével kapjuk, hogy:

$$\frac{p_0}{\rho g} = z + \frac{p}{\rho g} + h_{a1} = \text{áll} \quad (17.36)$$

A fenti egyenlet grafikus szemlélettel azt jelenti, hogy az e_1 -l koordináta rendszerben bármely ordinátáján grafikusan összegzett z , $p/(\rho g)$ és h_{a1} metszékek végpontja a $p_0/(\rho g) = \text{áll}$. vízszintes egyenesre esik (kék színű egyenesre a 17.13a ábrán).

H_1 magasságban, a henger középvonalában mérhető nyomásmagasság a 17.13a ábra szerint:

$$\left(\frac{p}{\rho g}\right)_{A_1} = \frac{p_0}{\rho g} - H_1 - h_{sz}' - h_{A_1} \quad (17.37)$$

A minimális nyomásmagasság:

$$\left(\frac{p}{\rho g}\right)_{\min} = \left(\frac{p}{\rho g}\right)_{A_1} - \frac{f}{2} \quad (17.38)$$

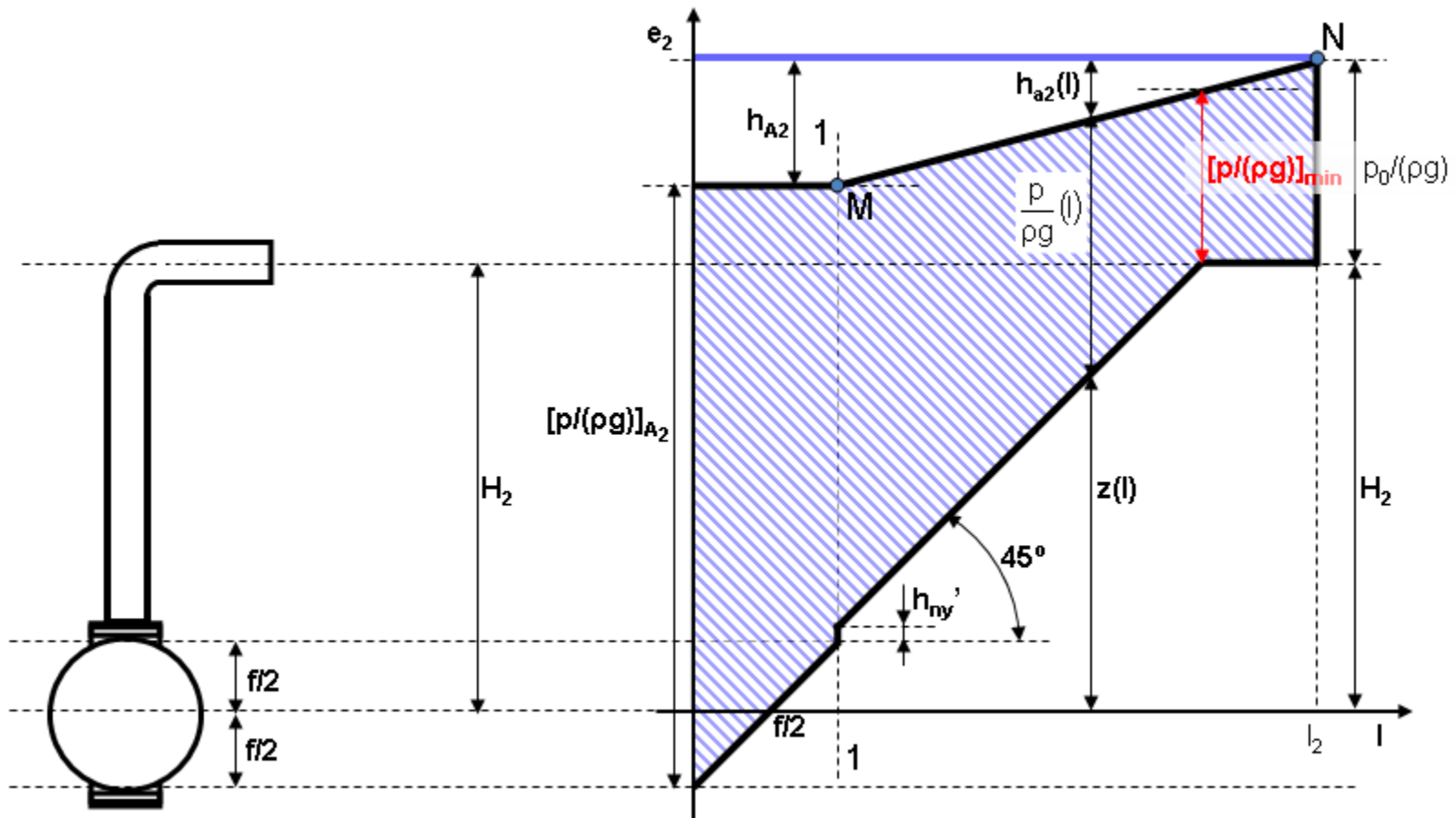
$$\left(\frac{p}{\rho g}\right)_{\min} = \frac{p_0}{\rho g} - \left(H_1 + h_{sz}' + h_{A_1} + \frac{f}{2}\right) \quad (17.39)$$

Amennyiben $\left(\frac{p}{\rho g}\right)_{\min} > \frac{p_g}{\rho g}$, a hengerben nincs kavitációveszély.

A kavitáció határán $\left(\frac{p}{\rho g}\right)_{\min} = \frac{p_g}{\rho g}$ figyelembevétellel a maximális megengedett szívómagasság:

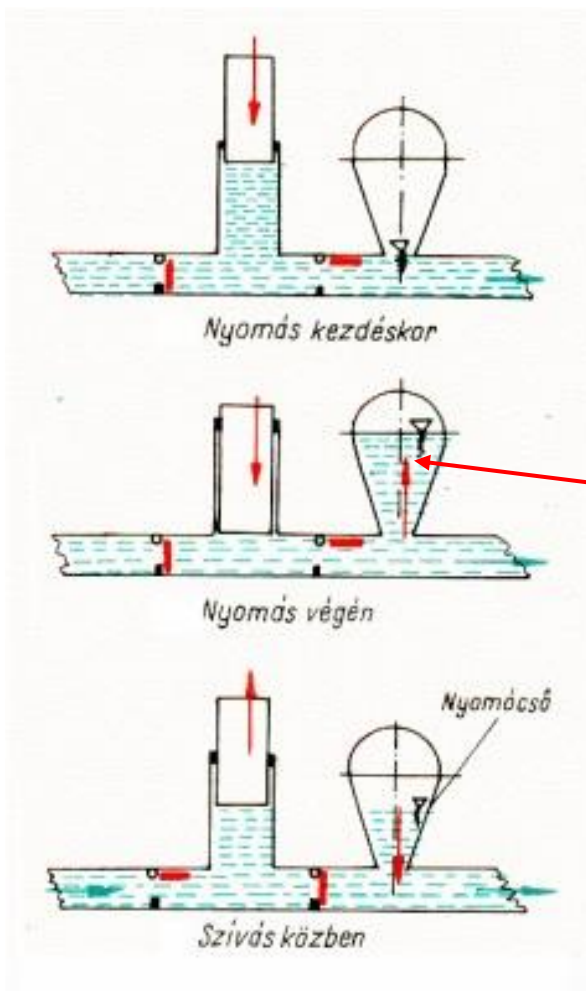
$$H_{1\max} = \frac{p_0}{\rho g} - \left(\left(\frac{p}{\rho g}\right)_{\min} + h_{sz}' + h_{A_1} + \frac{f}{2}\right) \quad (17.40)$$

Amennyiben $\left(\frac{p}{\rho g}\right)_{\min} > \frac{p_g}{\rho g}$, nincs kavitációveszély



17.13b ábra A 17.11 ábrán vázolt szivattyú szívócsőnek az A_2 holtpontra (a 17.12 ábrából) vonatkozó energiadiagramja

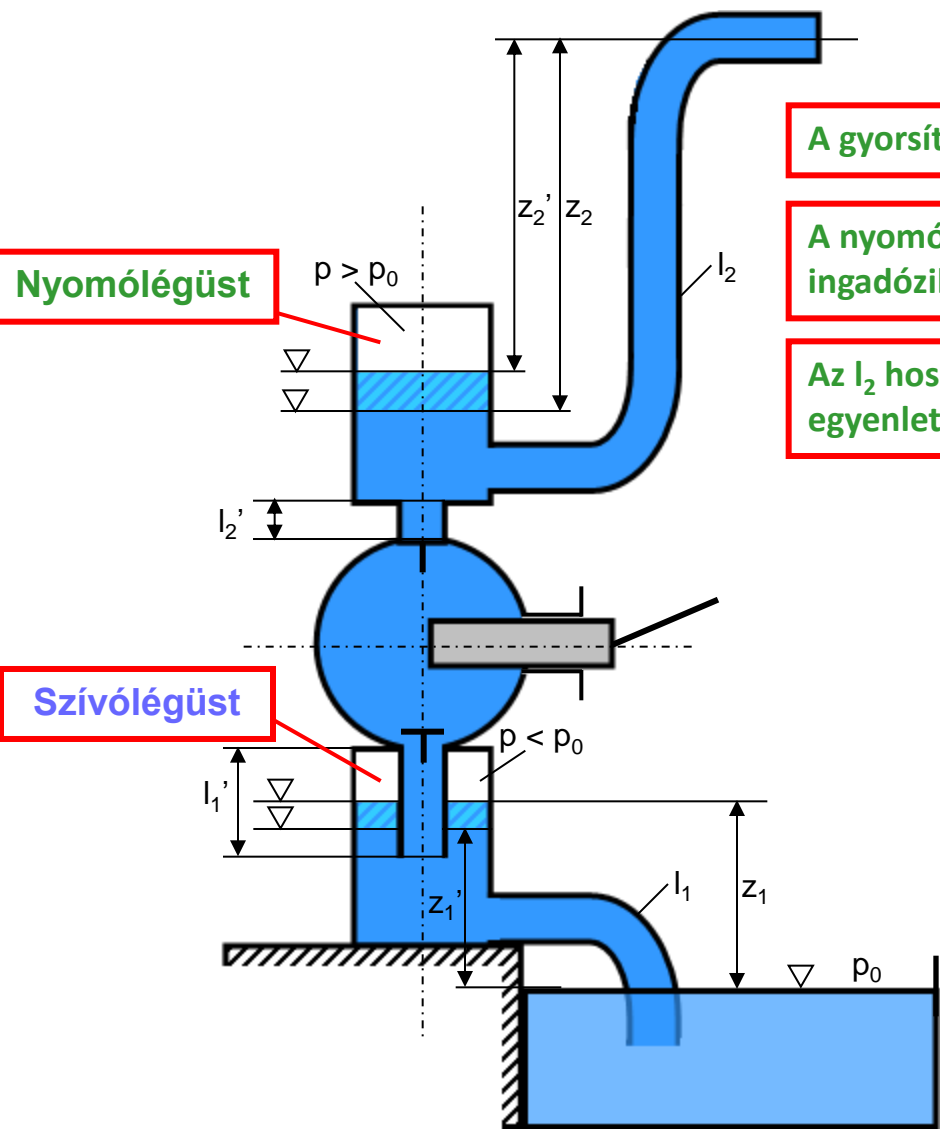
17.6 A szivattyú légüstje



Légüst



17.14 ábra Szivattyú légüsttel



Nyomólégüst

$p > p_0$

z_2' z_2

l_2

l_2'

Szívólégüst

$p < p_0$

l_1'

z_1'

l_1

z_1

A gyorsítomagasság az l_2 helyett a rövid l_2' -vel arányos.

A nyomólégüst vízszintje z_2 és z_2' közt ütemesen ingadozik.

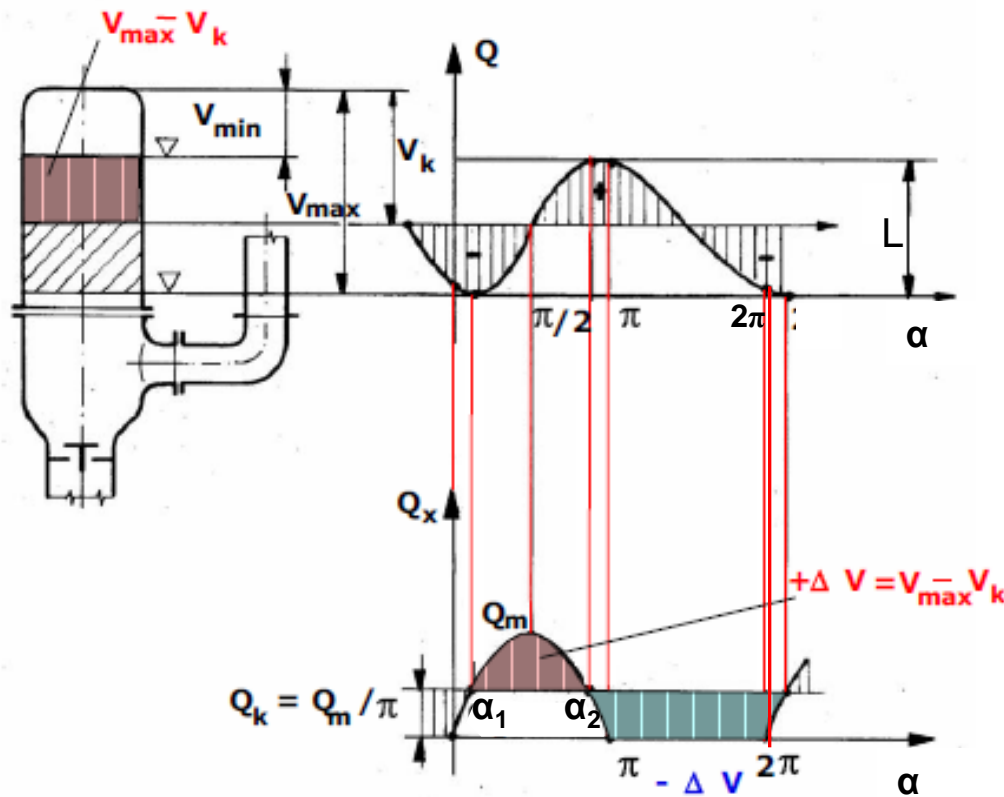
Az l_2 hosszúságú nyomócsőben az áramlás közelítőleg egyenletes.

A szívólégüst vízszintje z_1 és z_1' közt ütemesen ingadozik.

Az l_1 hosszúságú szívócsőben az áramlás közelítőleg egyenletes.

A gyorsítomagasság az l_1 helyett a rövid l_1' -vel arányos.

17.15 ábra Egyszeres működésű dugattyús szivattyú szívó- és nyomólégüsttel



A légüstben tárolandó folyadéktérfogat:

$$L = V_{\max} - V_{\min} \quad (17.41)$$

Térfogatarány (v):

$$v = \frac{L}{V_h} = \frac{V_{\max} - V_{\min}}{V_h} \quad (17.42)$$

$$L = vV_h = vA_d S \quad (17.43)$$

$$V_{\max} = V_k + \frac{L}{2} \quad (17.44)$$

$$V_{\min} = V_k - \frac{L}{2} \quad (17.45)$$

17.16 ábra A nyomólégüst folyadékszintjének ingadozása működés közben

A közepes szállítás feletti többlet

$$+\Delta V = V_{\max} - V_k = \frac{L}{2} = A_d \cdot \frac{S}{2} \cdot \omega \int_{\alpha_1/\omega}^{\alpha_2/\omega} \left(\sin \omega t - \frac{1}{\pi} \right) dt = A_d \cdot \frac{S}{2} \cdot \omega \cdot \frac{1}{\omega} \left(-\cos \omega t - \frac{\omega}{\pi} \cdot t \right)_{\alpha_1/\omega}^{\alpha_2/\omega} = 0,55 \cdot A_d \cdot \frac{S}{2} \quad (17.46)$$

$$\sin \omega t|_{1,2} = \frac{1}{\pi} \Rightarrow \alpha_1 = 18,56^\circ \text{ és } \alpha_2 = 161,44^\circ$$

$$v = 0,55 \quad (17.47)$$

A légüstből kiáramló vízfertogat:

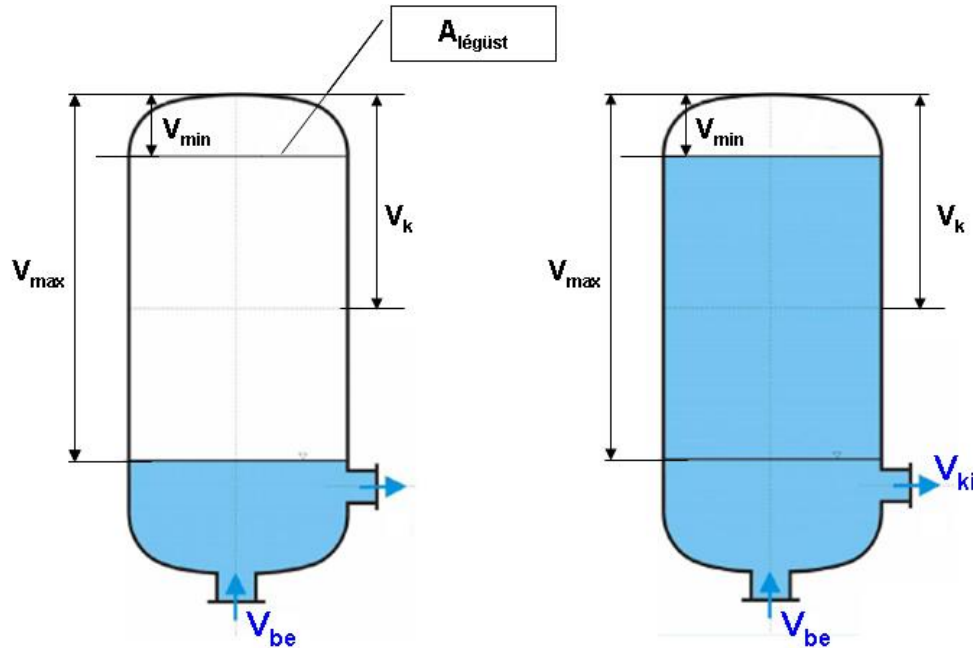
$$V_{ki} = \int Q_k dt = Q_k t + C_1 \quad (17.48)$$

$$\text{Ha } C_1 = 0, \text{ akkor } V_{ki} = Q_k t$$

$$V_{ki} \Big|_{t=2\pi/\omega} = Q_k \cdot \frac{2\pi}{\omega} = \frac{A_d R \omega}{\pi} \cdot \frac{2\pi}{\omega} = A_d 2R = A_d S = V_h \quad (17.49)$$

A légüstbe beáramló térfogat:

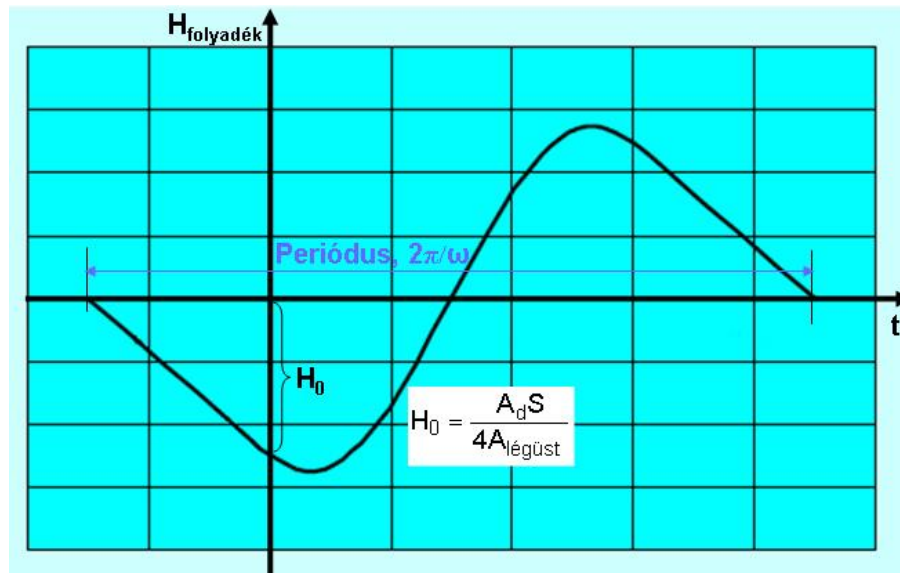
$$V_{be} = \int Q_x dt = \int A_d v dt = A_d \int R \omega \sin(\omega t) dt = A_d R \omega \frac{1}{\omega} [-\cos(\omega t)] + \text{áll} = -A_d R \cos(\omega t) + C_2 \quad (17.50)$$



$$\begin{aligned} \text{Ha } V_{be} \Big|_{t=0} = 0 &\Rightarrow \\ \Rightarrow 0 = -A_d R + C_2 &\Rightarrow C_2 = A_d R \end{aligned} \quad (17.51)$$

$$\begin{aligned} V_{be} &= -A_d R \cos(\omega t) + A_d R = \\ &= A_d R (1 - \cos(\omega t)) \end{aligned} \quad (17.52)$$

17.17 ábra Légüst alsó- ill. felső folyadékszintekkel



17.18 ábra A folyadékfelszín a légüstben

$$V_{ki} - V_{be} = A_d \frac{S}{2} \omega \frac{t}{\pi} + \frac{A_d S}{4} - A_d \frac{S}{2} (1 - \cos(\omega t)) = A_d \frac{S}{2} \left(\frac{\omega t}{\pi} - \frac{1}{2} + \cos(\omega t) \right) \quad (17.53)$$

$$V_{ki} - V_{be}|_{t=0} = \frac{A_d S}{4} \quad (17.54)$$

A folyadékfelszín a légüstben:

$$H_{folyadék} = \frac{V_{be} - V_{ki}}{A_{légüst}} = \frac{A_d S}{2 A_{légüst}} \left(\frac{1}{2} - \cos(\omega t) - \frac{\omega t}{\pi} \right) \quad (17.55)$$

17.6.1 Levegő állapotváltozása a légüstben

Boyle-Mariott törvény:

$$p \cdot V = \text{állandó} \quad (17.56)$$

A (17.56) egyenlet differenciális méretekkel:

$$d(p \cdot V) = 0 \Rightarrow p \cdot dV + V \cdot dp = 0 \Rightarrow \frac{dp}{p} = -\frac{dV}{V} \quad (17.57)$$

$$\frac{\Delta p}{p_k} \cong -\frac{\Delta V}{V_k} \quad (17.58)$$

$$p_k = (p_{\max} + p_{\min})/2 \quad V_k = (V_{\max} + V_{\min})/2 \quad (17.59)$$

$$(p_k + \Delta p)(V_k - \Delta V) = p_k V_k \quad (17.60)$$

$$(p_k + \Delta p)(V_k - \Delta V) = p_k V_k - p_k \Delta V + V_k \Delta p - \Delta V \Delta p = p_k V_k \quad (17.61)$$

$$-p_k \Delta V + V_k \Delta p = 0$$

$$\delta p = \delta V = \frac{V_{\max} - V_{\min}}{V_k} = \frac{v \cdot A_d \cdot S}{V_k} \quad (17.62)$$

A légüst közepes térfogat (statikus térfogat):

$$V_k = \frac{v \cdot A_d \cdot S}{\delta p} \quad (17.63)$$

Szívólégüstre: $\delta p = 0,1 \div 0,05$ (17.64)

Nyomólégüstre: $\delta p = 0,05 \div 0,02$

A (17.43) és (17.44) egyenletből következik, hogy

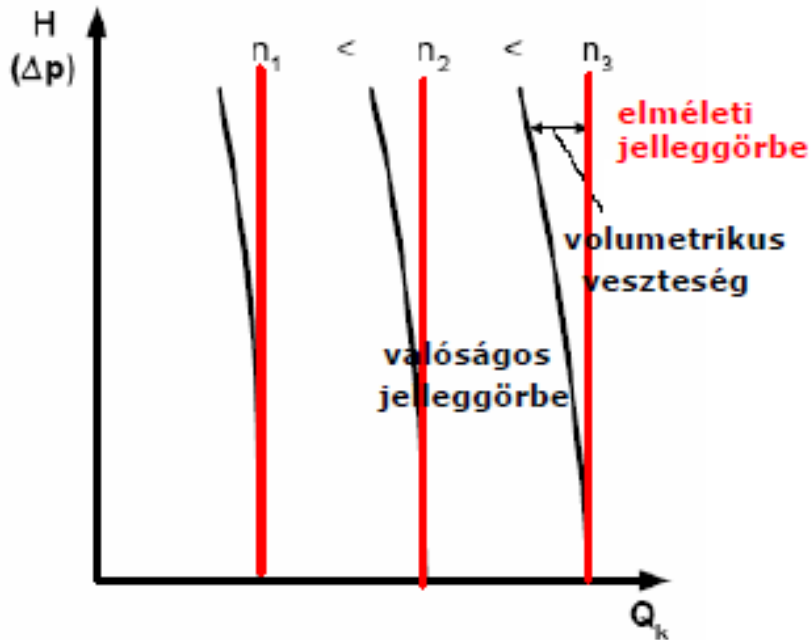
$$V_{\max} = V_k + \frac{1}{2} \cdot v \cdot A_d \cdot S \quad (17.65)$$

Ha $\delta = 0,05$ és $v = 0,55$, akkor a (17.63) és (17.65) egyenlet adja, hogy

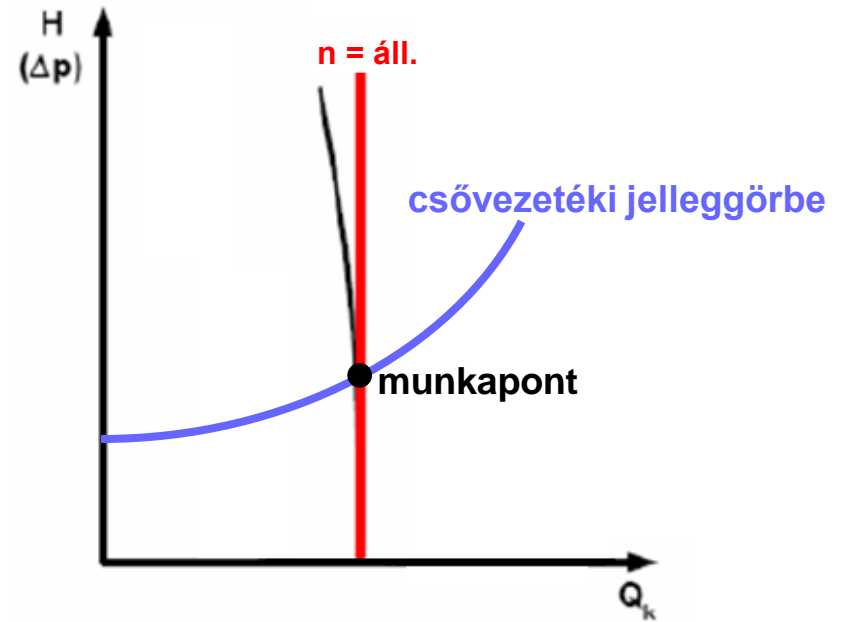
$$V_k = \frac{0,55 \cdot A \cdot s}{0,05} = 11 \cdot A_d \cdot S \quad (17.66)$$

$$V_{\max} = 11 \cdot A_d \cdot S + \frac{1}{2} \cdot 0,55 \cdot A_d \cdot S = 11,275 \cdot A_d \cdot S \quad (17.67)$$

17.7 A dugattyús szivattyú jelleggörbéje

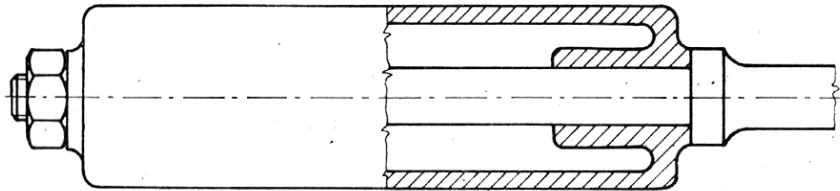


17.19 ábra Dugattyús szivattyú elméleti és valóságos jelleggörbéje

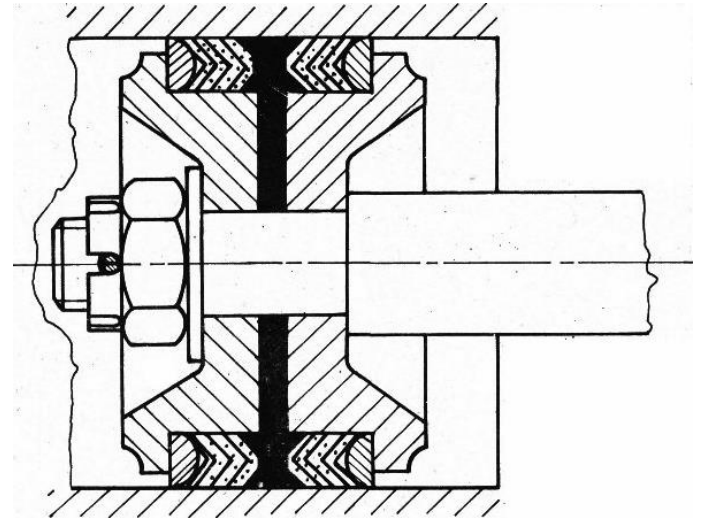


17.20 ábra Dugattyús szivattyú jelleggörbéje, munkapont

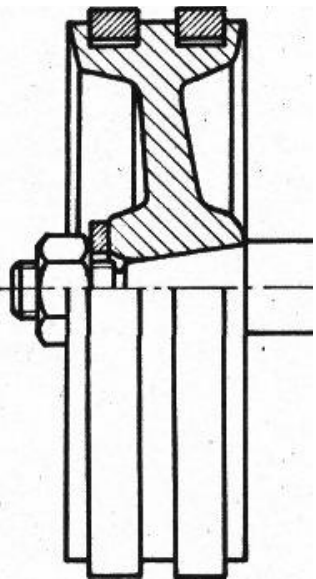
17.8 A dugattyús szivattyú szerkezeti elemei



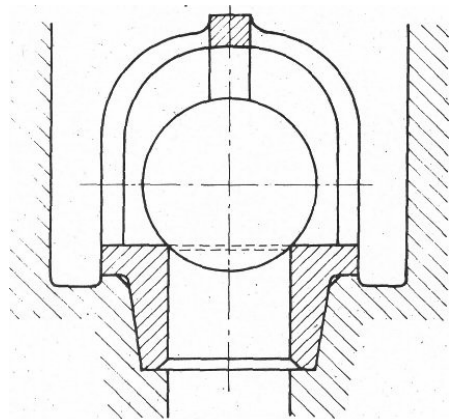
17.21 ábra Üreges búvárdugattyú



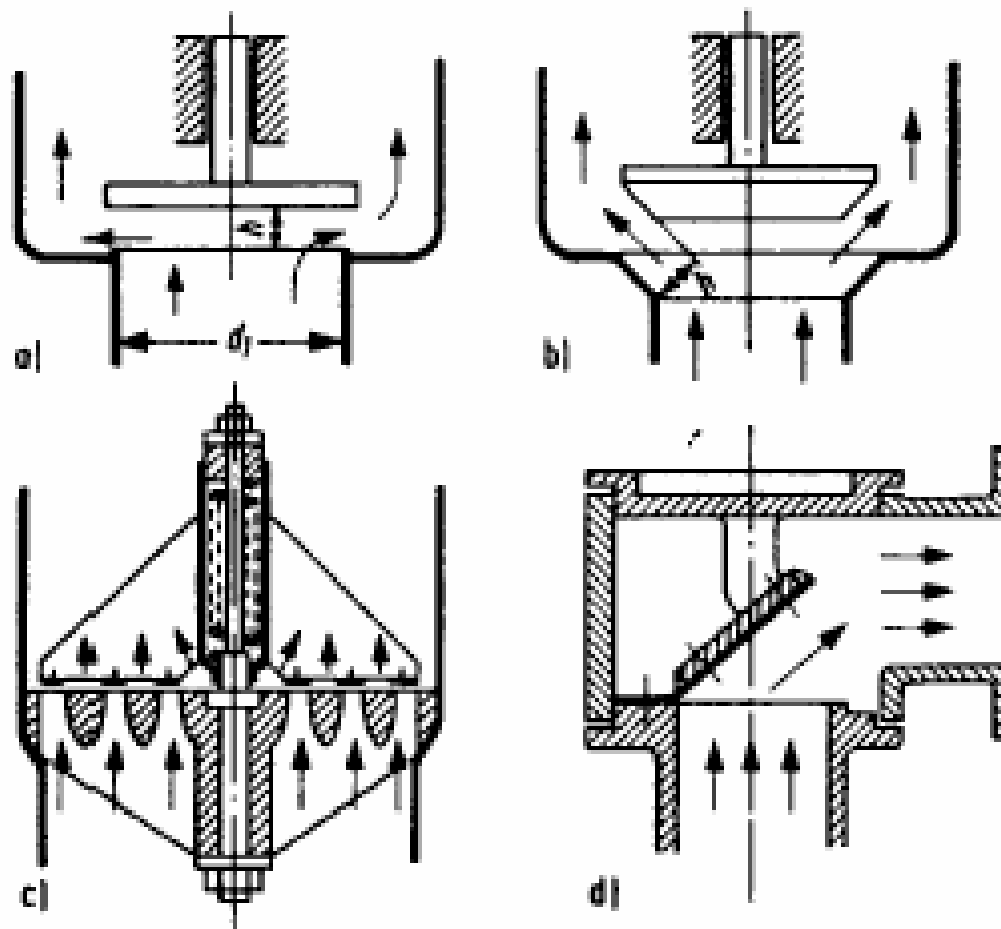
17.22 ábra Dugattyú „V” gyűrűs tömítéssel



17.23 ábra Dugattyú fémgűrűs tömítéssel



17.24 ábra Golyós szelep



17.25 ábra a./ tányérszelep b./ kúpos szelep c./ rugóterhelésű kétgyűrűs szelep
d./ visszacsapó szelep

Kérdések és fontosabb kifejezések.

1. Mi az a szivattyú pillanatnyi- és átlagos vízszállítása?
2. Milyen képletekkel egy szivattyú forgattyús mechanizmusának kinematikája írható le?
3. Hogy néz ki az ideális és valóságos dugattyús vízszivattyú p - V indikátor kördiagramja?
4. Milyen hatással van légüst a szivattyú működésére?
5. Miben különböznek a szivattyú elméleti és valóságos jelleggörbéje?

A szivattyú pillanatnyi és átlagos vízszállítás, egyenlőtlenségi fok, volumetrikus hatásfok. A forgattyús mechanizmus kinematikája. Ideális és valóságos dugattyús vízszivattyú p - V indikátor diagramjai. A szivattyú elméleti és valóságos jelleggörbéje. Légüst, térfogatarány.
