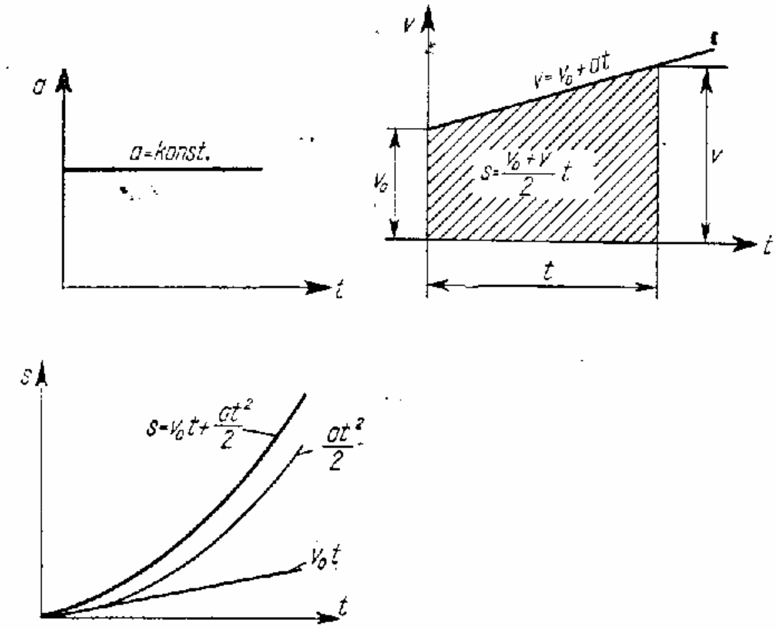
Figyelem ! Csak belső és saját használatra !
Terjesztése és másolása TILOS !

Egyenletesen változó mozgás: a gyorsulás állandó; vagyis a sebesség egyenlő idők alatt egyenlően változik.

s: út, v_0: kezdősebesség; v: végsebesség, t: idő.



4. ábra. *a)* Gyorsulás—idő-; *b)* sebesség—idő-; *c)* út—idő-grafikon

(I) $v_0 \neq 0$:

gyorsulás

$$\boxed{a = \frac{v - v_0}{t} = \frac{v^2 - v_0^2}{2s} = \text{konst.}}$$

végsebesség

$$\boxed{v = v_0 + at = \sqrt{v_0^2 + 2as} = \frac{2s}{t} - v_0}$$

út

$$\boxed{s = \frac{v + v_0}{2}\, t = \frac{v^2 - v_0^2}{2a} = v_0 t + \frac{at^2}{2}}$$

idő $\boxed{t = \dfrac{v - v_0}{a} = \dfrac{2s}{v + v_0}}$

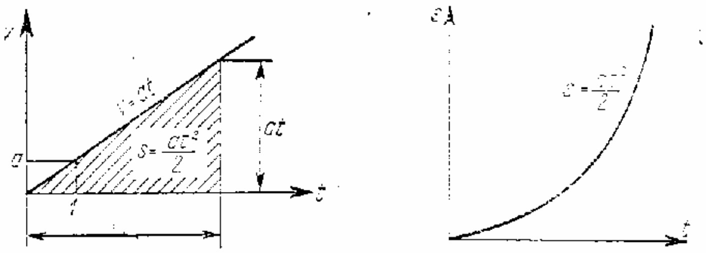
(2) $v_0 = 0$:

gyorsulás $\boxed{a = \dfrac{v}{t} = \dfrac{v^2}{2s} = \dfrac{2s}{t^2} = \text{konst.}}$

végsebesség $\boxed{v = at = \sqrt{2as} = \dfrac{2s}{t}}$

út $\boxed{s = \dfrac{vt}{2} = \dfrac{v^2}{2a} = \dfrac{at^2}{2}}$

idő $\boxed{t = \dfrac{v}{a} = \dfrac{2s}{v} = \sqrt{\dfrac{2s}{a}}}$

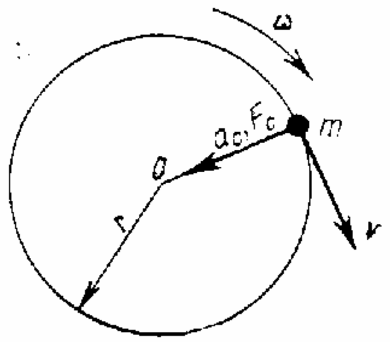


5. ábra. *a)* Sebesség—idő-; *b)* út—idő-grafikon

6. Körmozgás

Jelölések: s: út, ívhossz, t: idő, T: periódus, n: fordulatszám, α: szögelfordulás, v: kerületi sebesség, ω: szögsebesség, r: sugár, a_k: kerületi gyorsulás, β: szöggyorsulás, a_c: centripetális gyorsulás, m: tömeg, F_c: centripetális erő, F_k: kerületi erő, a: eredő gyorsulás, F: eredő erő.

(1) *Egyenletes körmozgás:* ω = áll., a_c = áll., ill. F_c = áll., és irányuk a forgási középpont (O) felé mutat.



8. ábra. Egyenletes körmozgás

út $$\boxed{s = vt = r\alpha = r\omega t = \frac{2r\pi}{T}t}$$

szögelfordulás $$\boxed{\alpha = \frac{s}{r} = \omega t = \frac{2\pi}{T}t}$$

idő $$\boxed{t = \frac{s}{v} = \frac{\alpha}{\omega} = \frac{r\alpha}{v} = \frac{\alpha T}{2\pi}}$$

periódus $$\boxed{T = \frac{1}{n} = \frac{2r\pi}{v} = \frac{2\pi}{\omega}}$$

fordulatszám $$n=\frac{1}{T}=\frac{v}{2r\pi}=\frac{\omega}{2\pi}$$

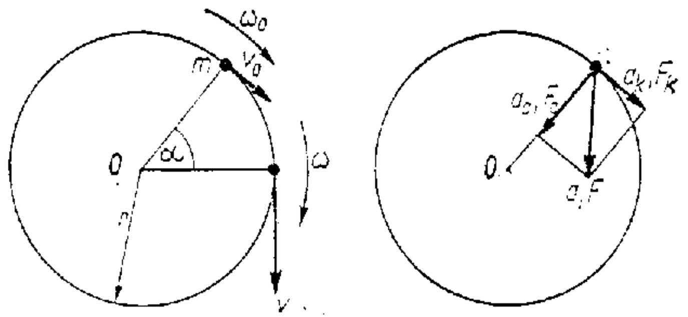
kerületi sebesség $$v=\frac{s}{t}=r\omega=\frac{2r\pi}{T}=r\frac{\alpha}{t}=2r\pi n$$

szögsebesség $$\omega=\frac{\alpha}{t}=\frac{v}{r}=\frac{2\pi}{T}=2\pi n$$

centripetális gyorsulás $$a_c=\frac{v^2}{r}=r\omega^2=r\left(\frac{2\pi}{T}\right)^2=r(2\pi n)^2$$

centripetális erő $$F_c=\frac{mv^2}{r}=mr\omega^2=mr\left(\frac{2\pi}{T}\right)^2=mr(2\pi n)^2$$

(2) *Egyenletesen változó körmozgás:* $a_c=$ áll., $a_k=$ áll., $\beta=$ áll. ($F_c=$ áll., $F_k=$ áll.)



9. ábra. Egyenletesen változó körmozgás

a) $\omega_0\neq 0$:

út $$s=\frac{v_0+v}{2}t=\frac{\omega_0+\omega}{2}rt=\frac{\omega^2-\omega_0^2}{2\beta}r$$

ívhossz	$\alpha=\omega_0 t+\frac{a_k}{2r}t^2=\omega_0 t+\frac{\beta t^2}{2}=\frac{\omega_0+\omega}{2}t$
kerületi sebesség	$v=r\omega=r(\omega_0+\beta t)=\sqrt{2\beta rs+r^2\omega_0^2}$
szögsebesség	$\omega=\omega_0+\beta t$
kerületi gyorsulás és erő	$a_k=\frac{\omega-\omega_0}{t}r=\beta r$ | $F_k=ma_k$
szöggyorsulás	$\beta=\frac{\omega-\omega_0}{t}=\frac{a_k}{r}$
eredő gyorsulás és erő	$a=\sqrt{a_c^2+a_k^2}$ | $F=\sqrt{F_c^2+F_k^2}$

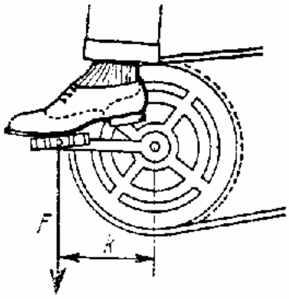
b) $\omega_0=0$:

út	$s=\frac{a_k t^2}{2}=\frac{\beta r t^2}{2}=r\alpha=\frac{vt}{2}=\frac{v^2}{2a_k}$
ívhossz	$\alpha=\frac{s}{r}=\frac{a_k t^2}{2r}=\frac{\beta t^2}{2}=\frac{vt}{2r}=\frac{v^2}{2ra_k}$
kerületi sebesség	$v=a_k t=\beta rt=\sqrt{2a_k s}=r\omega$
szögsebesség	$\omega=\frac{a_k t}{r}=\beta t$
kerületi gyorsulás és erő	$a_k=\frac{v}{t}=\beta r=\frac{\omega r}{t}=\frac{2s}{t^2}=\frac{2r\alpha}{t^2}$ | $F_k=ma_k$

szöggyorsulás	$\beta = \frac{\omega}{t} = \frac{a_k}{r}$
eredő gyorsulás és erő	$a = \sqrt{a_c^2 + a_k^2}$ | $F = \sqrt{F_c^2 + F_k^2}$
nyomaték	$M_k = m a_k r = m r^2 \beta = \frac{m r^2 \omega}{t}$

15. Forgatónyomaték

Forgatónyomaték (M): az erő (F) és az erőkar (k) szorzata (erőkar: az erő hatásvonalának a forgástengelytől mért távolsága).



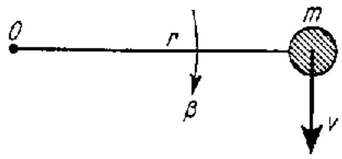
17. ábra. Forgatónyomaték

$$M = Fk \quad F = \frac{M}{k} \quad k = \frac{M}{F}$$

Mértékegysége megegyezik a munka mértékegységével. Előjele pozitív, ha az erő az óramutató járásával ellentétes irányú forgást, negatív, ha megegyező irányú forgást létesít.

16. Tehetetlenségi nyomaték

Tehetetlenségi nyomaték (Θ) a test tömegeloszlásától és a forgástengely helyétől függő skaláris mennyiség, amely a forgó testnek az erővel, ill. a forgatónyomatékkal (M) szemben kifejtett tehetetlenségére jellemző.

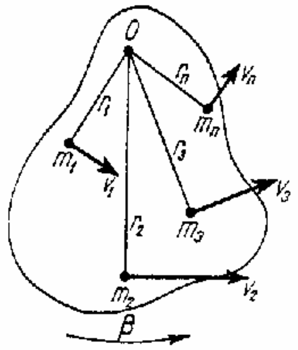


18. ábra. Tömegpont forgása

merev testre $\boxed{\Theta = m_1 r_1^2 + m_2 r_2^2 + \ldots + m_n r_n^2 = \Sigma m_n r_n^2}$

tömegpontra $\boxed{\Theta = m r^2 = \frac{M}{\beta}}$

(r_n: az m_n tömegpont távolsága a forgástengelytől, β: szöggyorsulás.)



19. ábra. Merev test forgása

Mértékegységek

$[\Theta] = 1$ kgm$^2 = 10^7$ gcm$^2 \approx 0{,}102$ kpms^2;

1 gcm$^2 = 10^{-7}$ kgm$^2 \approx 10^{-8}$ kpms^2;

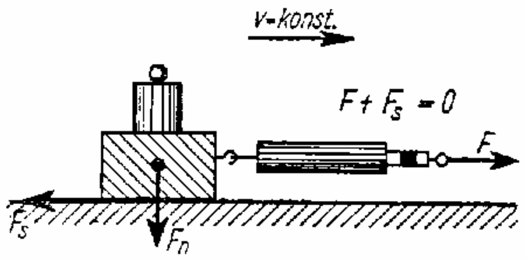
1 kpms$^2 \approx 9{,}81$ kgm$^2 \approx 10^8$ gcm^2.

17. Nyomás

Nyomás (p): a felületre merőleges nyomóerő (F) és a felület (A) hányadosa.

$$\boxed{p = \frac{F}{A} \quad F = pA \quad A = \frac{F}{p}}$$

μ: csúszási súrlódási tényező az érintkező testek felületének anyagi minőségétől, simaságától, a mozgás sebességétől függ.

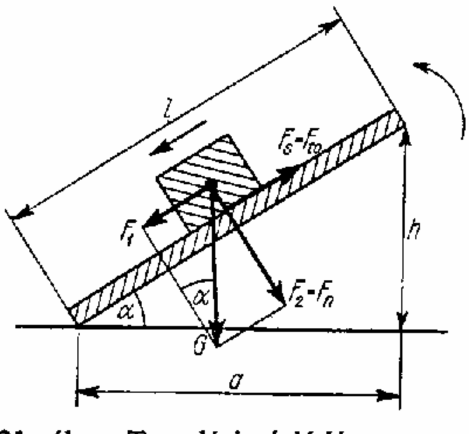


20. ábra. Csúszási súrlódás

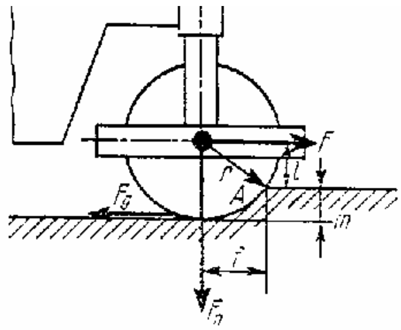
Tapadási súrlódási erő küszöbértéke (F_{t0}) — amelyen a test megindul — arányos a felületekre merőleges nyomóerővel.

$$\boxed{F_{t0} = \mu_0 F_n \quad \mu_0 = \frac{F_{t0}}{F_n} \quad F_n = \frac{F_{t0}}{\mu_0}}$$

(μ_0: tapadási súrlódási tényező, α_0: határszög);
$\mu_0 > \mu$ ($\mu_0 = \operatorname{tg} \alpha_0$).



21. ábra. Tapadási súrlódás



22. ábra. Gördülési ellenállás

arányos a felületre merőleges nyomóerővel (F_n) és fordítottan arányos a kerék sugarával (r) (f: a gördülő ellenállás karja, μ_g: menetellenállási tényező az érintkező felületektől függ).

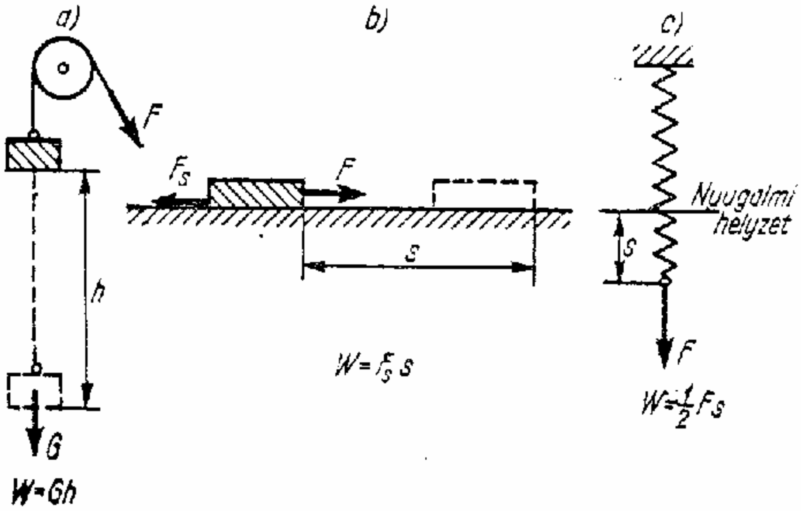
$$\boxed{F_g = f\,\frac{F_n}{r} = \mu_g F_n \qquad F_n = \frac{r}{f}\,F_g = \frac{F_g}{\mu_g} \qquad f = \frac{F_g}{F_n}\,r}$$

Egyenletes haladó mozgásra ($\alpha = 0°$)

$$\boxed{W = Fs = Fvt = Pt}$$

Egyenletes forgó mozgásra

$$\boxed{W = Fs = Fr\alpha = M\alpha = M\omega t = M\frac{2\pi}{T}t = 2\pi Mnt}$$



28. ábra. *a)* Emelési; *b)* súrlódási; *c)* feszítési munka

Nehézségi erő munkája (emelés) $\boxed{W = mgh = Gh}$

Súrlódási munka $\boxed{W = F_s s = \mu F_n s}$

Feszítési munka $\boxed{W = \frac{1}{2}Fs = \frac{1}{2}Ds^2}$

Gravitációs erő munkája $\boxed{W = fmM\left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2}\right)}$

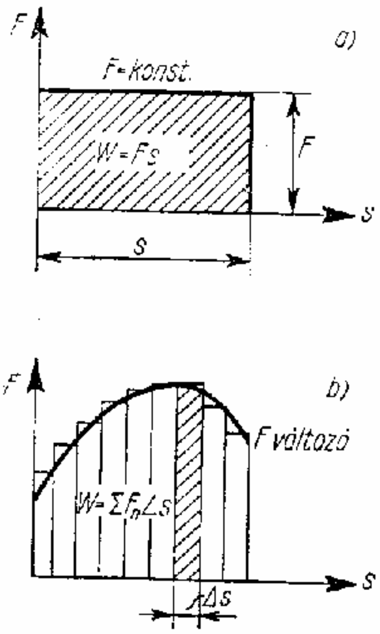
Munkatétel (gyorsítási munka)

haladó mozgásra $\boxed{W=\frac{1}{2}m(v^2-v_0^2)}$

forgó mozgásra $\boxed{W=\frac{1}{2}\Theta(\omega^2-\omega_0^2)}$

(Θ: tehetetlenségi nyomaték.)

Munkagrafikon: az erő—út-görbe alatti „terület".



29. ábra. Munkagrafikon

2. Teljesítmény

A teljesítmény (P) a munka (W) és a munkavégzés idejének (t) hányadosa.

$$\boxed{P=\frac{W}{t}\quad W=Pt\quad t=\frac{W}{P}}$$

Egyenletes haladó mozgásra $\boxed{P=\frac{W}{t}=\frac{Fs}{t}=Fv}$

Egyenletes forgó mozgásra $\boxed{P=\frac{W}{t}=\frac{Fr\alpha}{t}=M\omega=M\frac{2\pi}{T}=2\pi Mn}$

3. Energia

Energia: munkavégző képesség (mértékegységei megegyeznek a munka mértékegységeivel).

Helyzeti (potenciális) energia: a test helyzetéből (felemelés, feszítés, összenyomás stb.) adódó munkavégző képesség;

a felemelt test energiája $\boxed{E_h = mgh = Gh}$

a kifeszített rugó energiája $\boxed{E_h = \frac{1}{2} Fs = \frac{1}{2} Ds^2}$

Mozgási (kinetikus) energia: a mozgó test sebességéből adódó munkavégző képesség;

haladó mozgásra $\boxed{E_m = \frac{1}{2} mv^2}$

körmozgásra $\boxed{E_m = \frac{1}{2} mr^2\omega^2}$

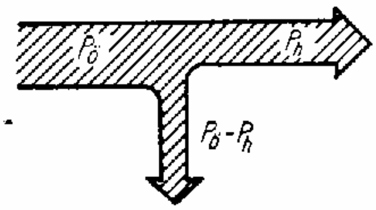
forgó mozgásra $\boxed{E_m = \frac{1}{2} \Theta\omega^2 = \frac{1}{2} \Theta(2\pi n)^2}$

(Θ: tehetetlenségi nyomaték).

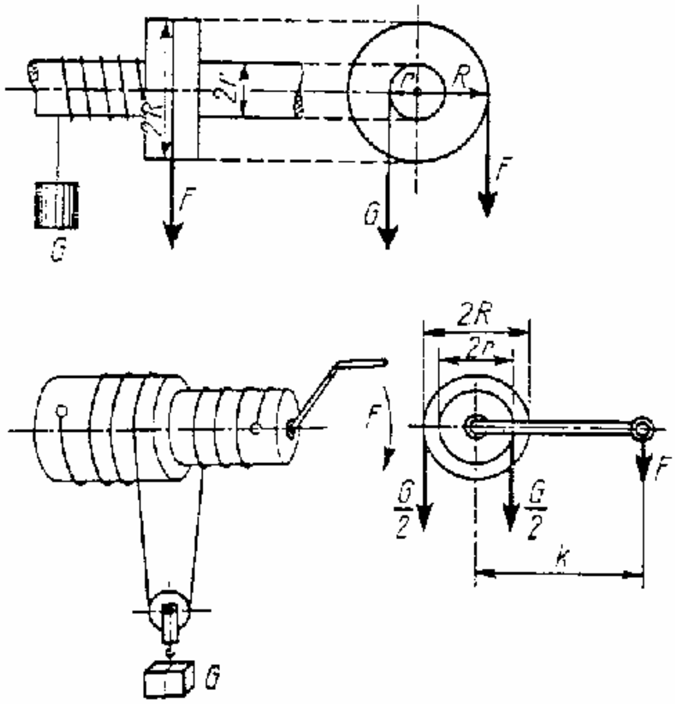
5. Mechanikai hatásfok

Hatásfok (η) a hasznos teljesítmény és az összes bevezetett teljesítmény hányadosa.

$$\boxed{\eta = \frac{P_h}{P_ö} \quad P_ö = \frac{P_h}{\eta} \quad P_h = \eta P_ö}$$



30. ábra. A hatásfokhoz



51. ábra. *a)* Közönséges hengerkerék; *b)* differenciális-hengerkerék

4. Lejtő

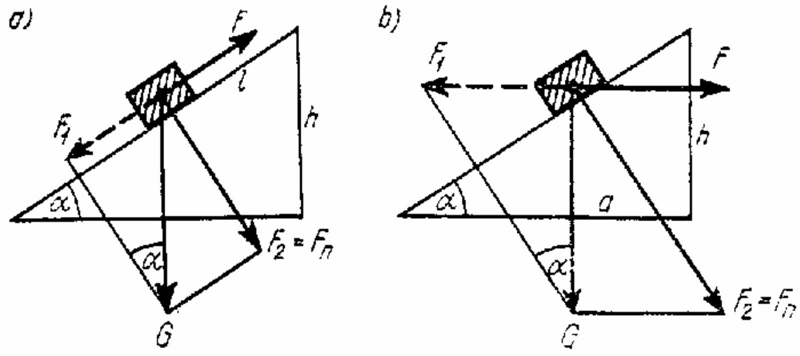
a) Súrlódás nélkül

F és l párhuzamos	F és a párhuzamos
$Fl = Gh$	$Fa = Gh$
$F = G\frac{h}{l} = G \sin\alpha$	$F = G\frac{h}{a} = G \operatorname{tg}\alpha$
$F_n = G\frac{a}{l} = G\cos\alpha$	$F = G\frac{l}{a} = \frac{G}{\cos\alpha}$

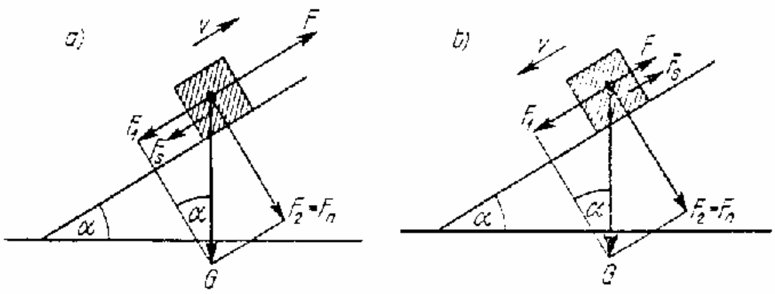
b) Súrlódással

Felfelé	Lefelé
$F = G(\sin\alpha + \mu\cos\alpha)$	$F = G(\sin\alpha - \mu\cos\alpha)$

(μ: súrlódási tényező, $\mu_0 = \operatorname{tg}\alpha_0$; α_0: határszög)



52. ábra. *a)* $F \| l$; *b)* $F \| a$



53. ábra. *a)* A lejtőn felfelé; *b)* lefelé mozgó test erőviszonyai

A test nem csúszik le a lejtőn, ha

$\alpha \leqq \alpha_0 \quad (\mu_0 = \mathrm{tg}\, \alpha_0)$.

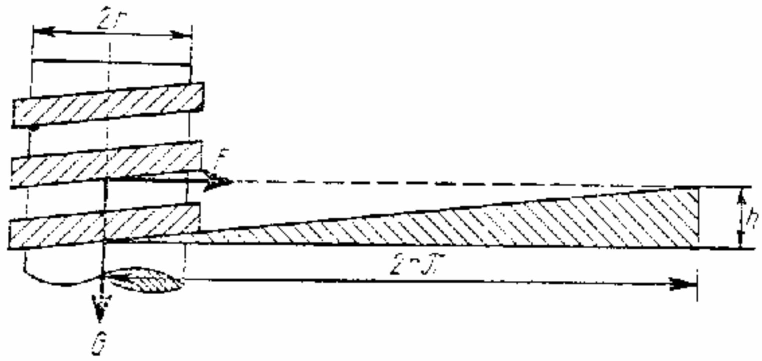
5. Csavar

a) Súrlódás nélkül

$$\boxed{2r\pi F = Gh \qquad F = G\frac{h}{2r\pi} = G\,\mathrm{tg}\,\alpha \qquad m = \frac{2r\pi}{h}}$$

b) Súrlódással

$$\boxed{F = G\,\mathrm{tg}\,(\alpha \pm \alpha_0) \qquad (\mu_0 = \mathrm{tg}\,\alpha_0)}$$



54. ábra. Csavar

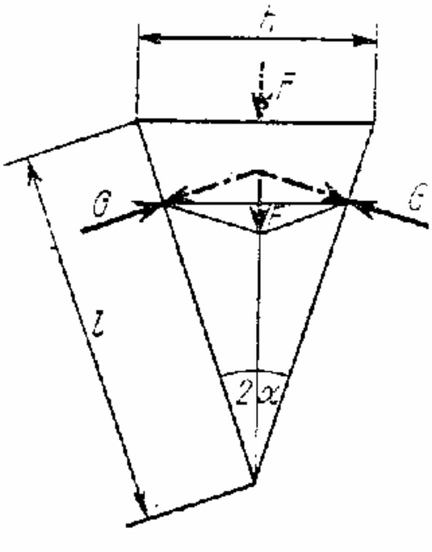
6. Ék

a) Súrlódás nélkül

$$\boxed{Fl = Gh \quad F = G\frac{h}{l} = 2G\sin\alpha \quad m = \frac{l}{h}}$$

b) Súrlódással

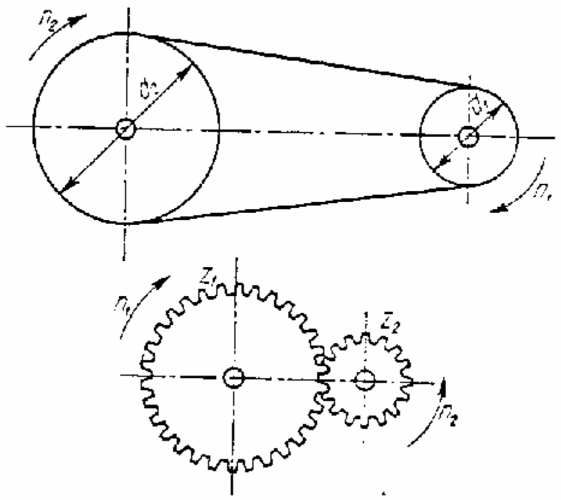
$$\boxed{F = 2G(\sin\alpha \pm \mu\cos\alpha)}$$



55. ábra. Ék

7. Szíj-, fogaskerék-áttétel

Szíj- vagy *fogaskerék*-áttétellel forgó mozgás vihető át egyik tengelyről a másikra tetszőleges fordulatszámmal és forgási iránnyal.



56. ábra. Szíj- és fogaskerék-áttétel

a) Egyszeres áttétellel

szíjhajtás
$$\boxed{\begin{gathered} d_1 n_1 = d_2 n_2 \\ m = \frac{n_2}{n_1} = \frac{d_1}{d_2} \end{gathered}}$$
(n: fordulatszám, m: áttétel)

fogaskerékhajtás
$$\boxed{m = \frac{n_2}{n_1} = \frac{Z_1}{Z_2}}$$
(Z: fogszám)

b) Többszörös áttétellel

$d_1 n_1 = d_2 n_2$

$d_3 n_2 = d_4 n_3$

5. Kapacitás, kondenzátorok

A vezető U feszültsége arányos a Q töltéssel.

$$\boxed{Q=CU \quad U=\frac{Q}{C} \quad C=\frac{Q}{U}}$$

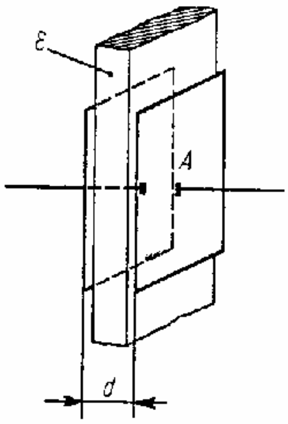
C: kapacitás, a vezető méreteitől, alakjától függő állandó.

Mértékegysége a *farad* (F):

$$[C]=\frac{\mathrm{C}}{\mathrm{V}}=\frac{\mathrm{As}}{\mathrm{V}}=\mathrm{F}.$$

1 F annak a vezetőnek a kapacitása, amelyen 1 C töltés 1 V feszültséget létesít.

Kondenzátor: két, egymástól szigetelőanyaggal elválasztott fémlemez. Lemezes (sík) kondenzátor kapacitása



137. ábra. Síkkondenzátor

a szemben álló lemezek (fegyverzetek) felületével (A) egyenesen, azok távolságával (d) forditottan arányos.

$$\boxed{C=\varepsilon\frac{A}{d}} \qquad (\varepsilon=\varepsilon_0\varepsilon_r).$$

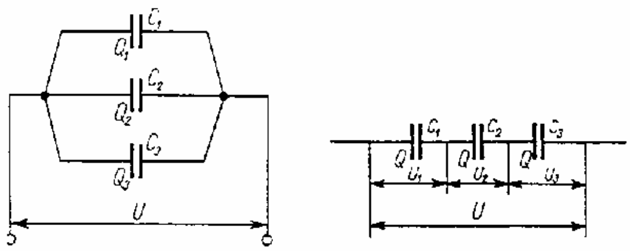
Kondenzátor energiája

$$\boxed{W=\frac{1}{2}\,UQ=\frac{1}{2}\,CU^2=\frac{1}{2}\frac{Q^2}{C}}$$

ill.

$$U=\frac{2W}{Q}=\sqrt{\frac{2W}{C}} \qquad Q=\frac{2W}{U}=\sqrt{2WC}$$

$$C=\frac{2W}{U^2}=\frac{Q^2}{2W}$$



138. ábra. Kondenzátorok *a)* párhuzamos; *b)* soros kapcsolása

Kondenzátorok kapcsolása

Párhuzamos kapcsolás

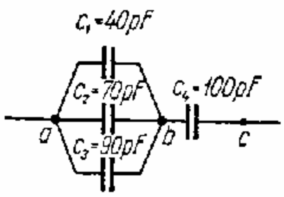
$$\boxed{C_p=C_1+C_2+\ldots+C_n=\Sigma C_n}$$

Soros kapcsolás

$$\boxed{C_s = \frac{1}{\frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \ldots + \frac{1}{C_n}} = \frac{1}{\Sigma \frac{1}{C_n}}}$$

Két, sorosan kapcsolt kondenzátor

$$\boxed{C_s = \frac{C_1 C_2}{C_1 + C_2}}$$



139. ábra. A példához

Példa. Határozzuk meg a 139. ábrán vázolt kondenzátor-kapcsolás eredő kapacitását.

$$C_{ab} = C_1 + C_2 + C_3 = 200 \text{ pF};$$

$$C = \frac{C_{ab} C_4}{C_{ab} + C_4} = \frac{200 \cdot 100}{300} \text{ pF} = 66{,}7 \text{ pF}.$$

B) Elektromos áram vezetőben

1. Áramkör, áramerősség

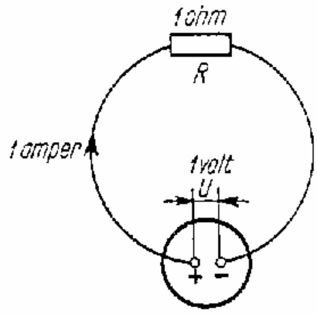
Elektromos áram: a töltéshordozók mozgása feszültség hatására.

Áramkör: feszültséget létesítő áramforrásból, fogyasztóból és összekötő vezetőből álló zárt rendszer.

2. Ohm törvénye. Ellenállás

Az áramerősség (I) a feszültséggel (U) egyenesen, az ellenállással (R) fordítottan arányos.

$$\boxed{I=\frac{U}{R} \quad R=\frac{U}{I} \quad U=IR}$$



141. ábra. *Ohm* törvénye

Elektromos ellenállás (R), a vezető anyagi minőségétől, méreteitől és hőmérsékletétől függ. Mértékegysége az ohm (jele: Ω):

$[R]=1\ \Omega=1\ \mathrm{V/A}$.

1 Ω ellenállású a vezető, ha 1 A erősségű áram a sarkain 1 V feszültséget létesít.

1 Ω ellenállású az 1,063 m hosszú, 1 mm^2 keresztmetszetű, 0 °C hőmérsékletű higanyszál.

Elektromos vezetés (G): az ellenállás reciproka.

$$\boxed{G=1/R}$$

R_0 és $\Delta t = t - t_0$ hőmérséklet-változás esetén R, akkor az ellenállás változása

$$\boxed{\Delta R = R - R_0 = \beta R_0 \Delta t \quad \beta = \frac{\Delta R}{R_0 \Delta t} \quad \Delta t = \frac{\Delta R}{\beta R_0}}$$

$$\boxed{R = R_0(1 + \beta \Delta t)}$$

β: hőmérsékleti tényező, a vezető anyagi minőségétől függ. Megadja a viszonylagos ellenállás-változást 1 °C hőmérséklet-változás esetén. Mértékegysége: $[\beta] = 1/°C$.

3. Az áramforrás feszültsége

Elektromotoros feszültség (elektromotoros erő: E) az áramforrásban az egységnyi töltés szétválasztásához szükséges munka (energia). Hatására az áramforrás sarkain ellentétes előjelű töltések gyűlnek össze.

Üresjárási feszültség (U_0) a töltések szétválasztásakor keletkezik és az elektromotoros feszültséggel ellentétes irányban hat: $U_0 = -E$. Az elektromotoros feszültség a töltések szétválasztásának oka, az üresjárati feszültség a következménye.

Ohm törvénye zárt áramkörre.

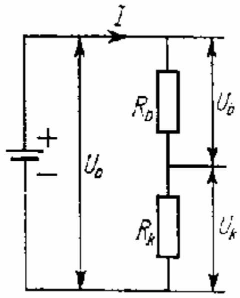
$$\boxed{U_0 = U_k + U_b = IR_k + IR_b = I(R_k + R_b)}$$

$$\boxed{U_k = U_0 - IR_b = U_0\left(1 - \frac{R_b}{R_k + R_b}\right) = U_0 \frac{R_k}{R_k + R_b}}$$

$$\boxed{U_b = U_0 - IR_k = U_0\left(1 - \frac{R_k}{R_k + R_b}\right) = U_0 \frac{R_b}{R_k + R_b}}$$

$$\boxed{I_r = \frac{U_0}{R_b} \quad U_k \approx 0.}$$

[U_0: az áramforrás üresjárási feszültsége, R_b: belső ellenállása, R_k: külső ellenállás, U_b: belső feszültség, U_k: kapocsfeszültség, I: áramerősség, I_r: rövidzárási áram ($R_k \approx 0$).]



142. ábra. $U_0 = U_k + U_b$

Példa. Kapcsoljunk egy áramforrás sarkai közé $R_1 = 3{,}2\,\Omega$, majd $R_2 = 11{,}2\,\Omega$ külső ellenállást. Az áramerősségek: $I_1 = 1{,}5$ A. ill. $I_2 = 0{,}5$ A. Mekkora az áramforrás belső ellenállása és üresjárási feszültsége?

$U_0 = I_1(R_1 + R_b) = I_2(R_2 + R_b)$.

A belső ellenállás:

$$R_b = \frac{I_2R_2 - I_1R_1}{I_1 - I_2} = \frac{0{,}5\cdot 11{,}2 - 1{,}5\cdot 3{,}2}{1}\,\Omega = 0{,}8\,\Omega.$$

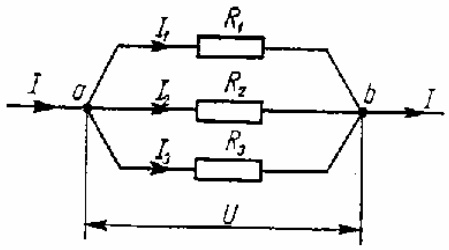
Az üresjárási feszültség:

$U_0 = I_1(R_1 + R_b) = 1{,}5\text{ A}\cdot 4\,\Omega = 6\text{ V}.$

4. Kirchhoff törvényei

I. törvény. Áramelágazás esetén a mellékágakban mért áramerősségek összege egyenlő a főágban mért áramerősséggel.

$$\boxed{I = I_1 + I_2 + I_3 \quad (I = \Sigma I_n)}$$



143. ábra. *Kirchhoff* I. törvényéhez

Ha az elágazási pontba (csomópontba) folyó áramerősségeket pozitívnak, az elfolyó áramerősséget negatívnak vesszük, akkor bármely elágazási pontban (csomópontban) az áramerősségek algebrai összege zérus.

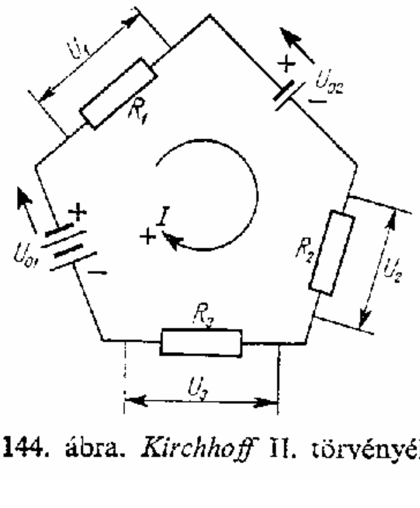
$$\boxed{\Sigma I_n = 0}$$

II. törvény. Zárt áramkörben az üresjárási feszültségek összege egyenlő az ellenállásokon mért feszültségek összegével.

$$\boxed{\Sigma U_0 = \Sigma I_n R_n}$$

Ha nincs áramforrás ($\Sigma U_0 = 0$)

$$\boxed{U_1 + U_2 + \ldots = 0 \quad (\Sigma I_n R_n = 0)}$$



144. ábra. *Kirchhoff* II. törvényéhez

Ezekből:

$$I_1=\frac{U_{01}(R_k+R_{b2})+U_{02}R_k}{R_k(R_{b1}+R_{b2})+R_{b1}R_{b2}}=9{,}25\ \text{A};$$

$$I_2=\frac{U_{02}(R_k+R_{b1})+U_{01}R_k}{R_k(R_{b1}+R_{b2})+R_{b1}R_{b2}}=9{,}5\ \text{A};$$

$$I=\frac{U_{02}R_{b1}-U_{01}R_{b2}}{R_k(R_{b1}+R_{b2})+R_{b1}R_{b2}}=0{,}25\ \text{A};$$

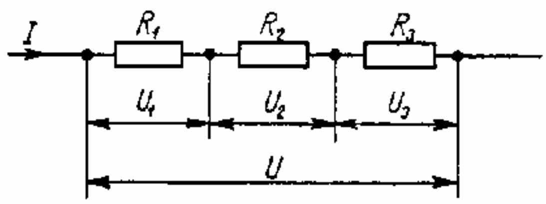
b) A kapocsfeszültség:

$$U_k=IR_k=\frac{(U_{02}R_{b1}-U_{01}R_{b2})R_k}{R_k(R_{b1}+R_{b2})+R_{b1}R_{b2}}=2{,}5\ \text{V}.$$

5. Ellenállások kapcsolása

Soros kapcsolás

$$\boxed{R_s=R_1+R_2+R_3+\ldots=\Sigma\, R_n}$$



147. ábra. Soros kapcsolás

Párhuzamos kapcsolás

$$\boxed{R_p=\frac{1}{\dfrac{1}{R_1}+\dfrac{1}{R_2}+\dfrac{1}{R_3}+\ldots}=\frac{1}{\Sigma\dfrac{1}{R_n}}}$$

6. Csillag-háromszög átalakítás

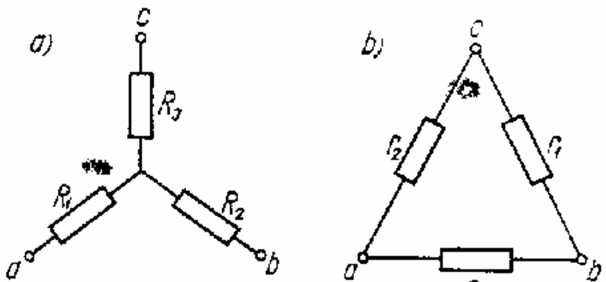
Adott R_1, R_2, R_3.

$$r_1=\frac{1}{R_1}(R_1R_2+R_1R_3+R_2R_3)=$$
$$=R_2+R_3+\frac{R_2R_3}{R_1}=R_2R_3\,\Sigma\frac{1}{R_n}$$

$$r_2=\frac{1}{R_2}(R_1R_2+R_1R_3+R_2R_3)=$$
$$=R_1+R_3+\frac{R_1R_3}{R_2}=R_1R_3\,\Sigma\frac{1}{R_n}$$

$$r_3=\frac{1}{R_3}(R_1R_2+R_1R_3+R_2R_3)=$$
$$=R_1+R_2+\frac{R_1R_2}{R_3}=R_1R_2\,\Sigma\frac{1}{R_n}$$

$$\left(\Sigma\frac{1}{R_n}=\frac{1}{R_1}+\frac{1}{R_2}+\frac{1}{R_3}\right).$$



148. ábra. Csillag-háromszög átalakítás

Ha $R_1=R_2=R_3=S$, akkor

$r_1=r_2=r_3=r=3R.$

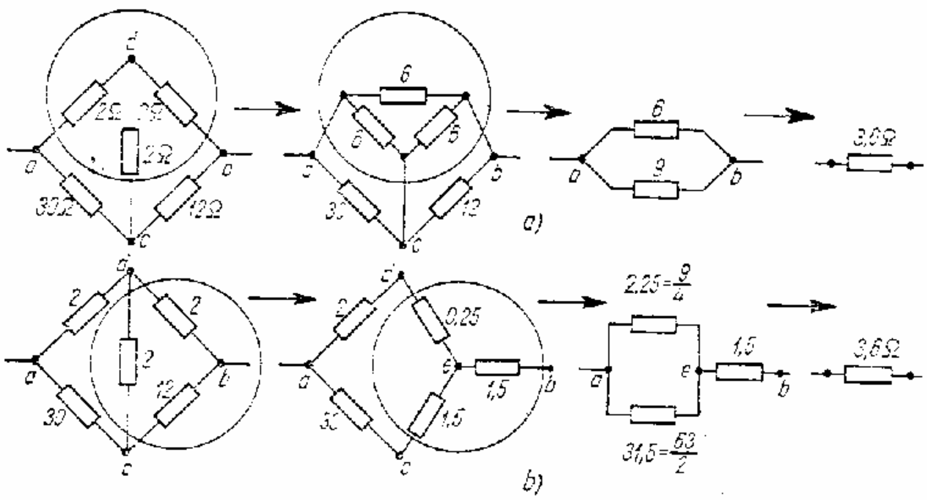
Adott r_1, r_2, r_3.

$R_1=\dfrac{r_2 r_3}{\Sigma r_n}$	$R_2=\dfrac{r_1 r_3}{\Sigma r_n}$	$R_3=\dfrac{r_1 r_2}{\Sigma r_n}$

$(\Sigma r_n = r_1 + r_2 + r_3)$

Ha $r_1 = r_2 = r_3 = r$, akkor

$R_1 = R_2 = R_3 = R = r/3.$



149. ábra. A példához

Példa. Határozzuk meg a 149*a)* ábrán látható ellenállás-rendszer eredő ellenállását.

Az *a*, *b*, *c* és *d* csillag (közép-) pontok közötti ellenállásokat háromszöggé alakítjuk:

$r = 3R = 6\ \Omega,$

$$R_{ac} = \frac{30\cdot 6}{36}\ \Omega = 5\ \Omega, \quad R_{bc} = \frac{12\cdot 6}{18}\ \Omega = 4\ \Omega.$$

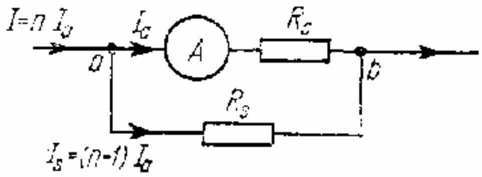
8. Műszerek kapcsolása

Az áramerősséget kis ellenállású, sorosan kapcsolt *ampermérővel* mérik.

R_s sönt esetén ($I = nI_a$)

$$I_a R_a = I_s R_s = (n-1) I_a R_s$$

$$R_s = R_a \frac{I_a}{I_s} = \frac{R_a}{n-1}$$

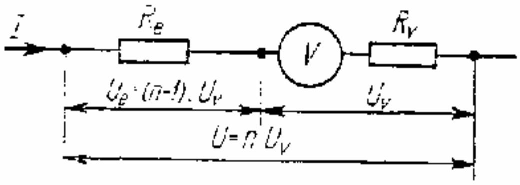


153. ábra. Söntölés

A feszültséget nagy ellenállású párhuzamosan kapcsolt *voltmérővel* mérik.

R_e előtét-ellenállás esetén ($U = nU_v$)

$$R_e = R_v \frac{U_e}{U_v} = (n-1) R_v$$



154. ábra. Előtét-ellenállás

9. Elektromos teljesítmény, munka, hő

Teljesítmény

$$\boxed{P = UI = I^2R = \frac{U^2}{R}} \qquad (\mathrm{W} = \mathrm{VA})$$

$$\boxed{U = \frac{P}{I} = \sqrt{PR} \qquad I = \frac{P}{U} = \sqrt{P/R}}$$

Munka

$$\boxed{W = Pt = UIt = I^2Rt = \frac{U^2}{R}\,t} \qquad (\mathrm{J} = \mathrm{Ws} = \mathrm{VAs})$$

$$\boxed{U = \frac{W}{It} = \sqrt{WR/t} \qquad I = \frac{W}{Ut} = \sqrt{W/Rt}}$$

Példa. Egy elektromos fűtőberendezés ellenállása 45 Ω. 220 V feszültségen mennyi a teljesítménye és 4 h (óra) alatt a fogyasztása?

$$P = \frac{U^2}{R} = \frac{220^2}{45}\ \mathrm{W} = 1{,}076\ \mathrm{kW};$$

$$W = Pt = 1{,}076 \cdot 4\ \mathrm{kWh} = 4{,}3\ \mathrm{kWh} \approx 1{,}54 \cdot 10^7\ \mathrm{J}.$$

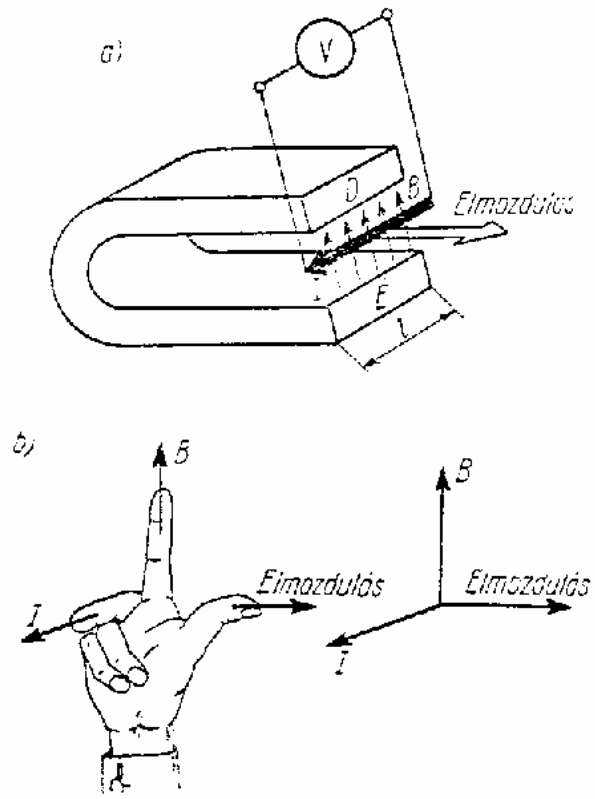
Elektromos áram hőhatása (Joule—Lenz-törvény).

$$\boxed{Q = \frac{1}{A}W = \frac{1}{A}UIt = \frac{1}{A}\frac{U^2}{R}t = \frac{1}{A}I^2Rt \quad \Big| \quad W = AQ}$$

(Q: hőmennyiség, W: munka, U: feszültség, I: áramerősség, t: idő, R: ellenállás, A: hőegyenérték.)

3. Elektromágneses indukció

A vezetőben feszültség indukálódik, ha az mágneses indukcióvonalakat metsz (mozgási indukció).



180. ábra. Mozgási indukció

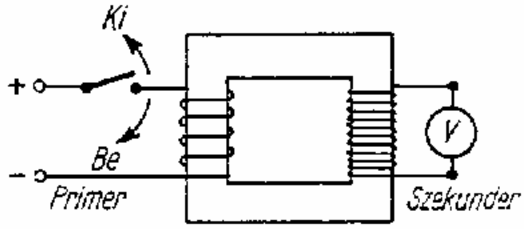
Jobbkéz-szabály. Ha jobb kezünk három ujját egymásra merőlegesen kifeszítjük, akkor a hüvelykujj a vezető mozgási irányát, a mutatóujj a mágneses erővonalak irányát, a középső ujj az indukált feszültség (áram) irányát jelzi.

Neumann-törvény. Az indukált feszültség (U) egyenesen arányos a mágneses indukcióval (B), a vezető hosszával (l) és a vezetőnek az indukcióvonalakra merőleges mozgási sebességével (v).

$$\boxed{U = Blv}$$

Faraday-törvény. A vezetőben feszültség (U) indukálódik, ha a vezető által körülzárt mágneses fluxus ($\Delta\Phi$) megváltozik (nyugalmi indukció: pl. a primer kört be- vagy kikapcsoljuk).

$$\boxed{U=\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}}$$



181. ábra. Nyugalmi indukció

N menetszámú tekercs esetén

$$\boxed{U=N\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}}$$

Az indukált feszültség egyenesen arányos a vezető által körülzárt területen 1 s alatt végbemenő fluxusváltozással.

Lenz-törvény. Az indukált áram olyan irányú, hogy mágneses hatásával akadályozza az indukciót létesítő mozgást, változást.

4. Önindukció

Ha a tekercsben (vezetőben) folyó áram erőssége megváltozik, önmagában a tekercsben indukálódik feszültség (U_L).

$$\boxed{U_L=L\frac{\Delta I}{\Delta t}}$$

Az önindukciós feszültség egyenesen arányos az áramerősség 1 s alatti változásával. L: önindukciós tényező, a tekercs (vezető) méreteitől, alakjától és a mágneses permeabilitástól függ. Mértékegysége a *henry* (H):

$$[L] = 1\,\text{H} = 1\,\text{Vs/A}.$$

1 H annak a tekercsnek (vezetőnek) az önindukciós tényezője, amelyben 1 s alatt 1 A egyenletes áramerősség változás 1 V feszültséget indukál.

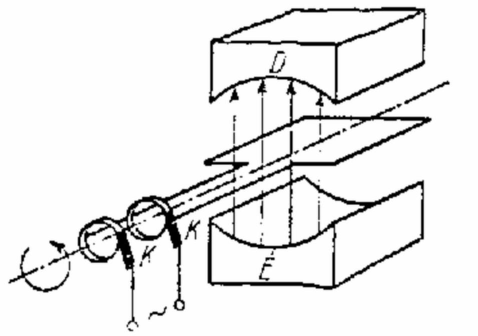
A tekercs energiája

$$\boxed{W = \frac{1}{2} L I^2}$$

G) Váltakozóáramok

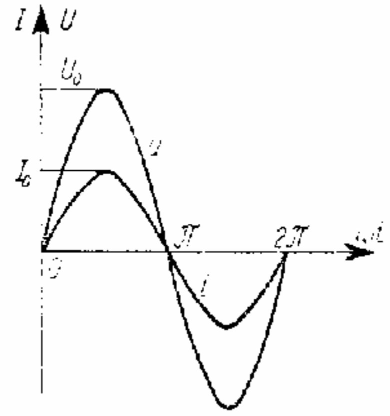
1. Váltakozóáram

Homogén mágneses térben egyenletesen forgó vezetőben az indukált feszültség (ill. ohmos terheléskor az áramerősség) az idő szinuszával arányos.



Feszültség (pillanatnyi érték)	$u = U_0 \sin \omega t$	$\left(\omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi f\right)$
Áramerősség (pillanatnyi érték)	$i = I_0 \sin \omega t$	

(U_0: max. feszültség-érték, I_0: max. áramerősség-érték, ω: körfrekvencia, T: periódus, f: frekvencia.)



183. ábra. Váltakozóáram

Effektív érték. A váltakozóáram effektív értéke annak az egyenáramnak az értékét adja, amelynek teljesítménye megegyezik a váltakozóáram teljesítményével.

$U_{eff} = U = \frac{U_0}{\sqrt{2}} = 0{,}707\, U_0$	$I_{eff} = I = \frac{I_0}{\sqrt{2}} = 0{,}707\, I_0$

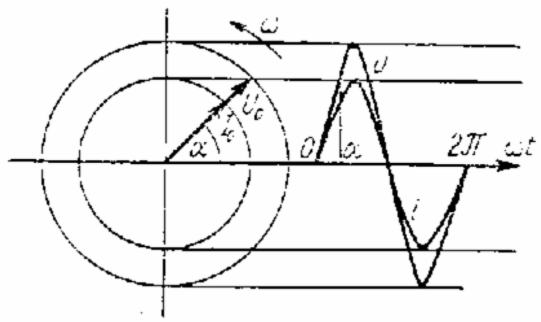
2. Ellenállások a váltakozóáramú körben

Ohmos ellenállás

$u = U_0 \sin \omega t$;

$i = I_0 \sin \omega t \qquad (I_0 = U_0/R)$;

az áramerősség és a feszültség fázisban van ($\varphi = 0$).

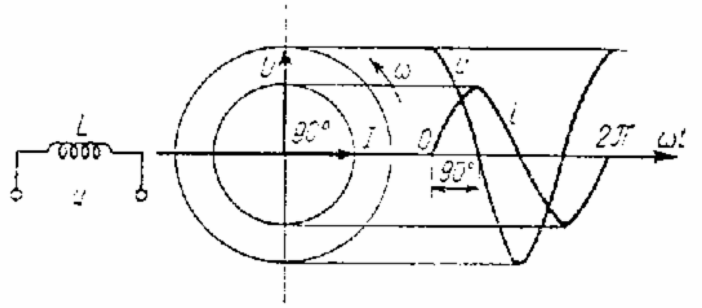


184. ábra. *u* és *i* görbe

Induktív ellenállás

$$\boxed{X_L = \omega L = 2\pi f L}$$

(L: önindukciós tényező). A fáziskésés szöge $\varphi \approx 90°$; *i* késik *u*-hoz képest.

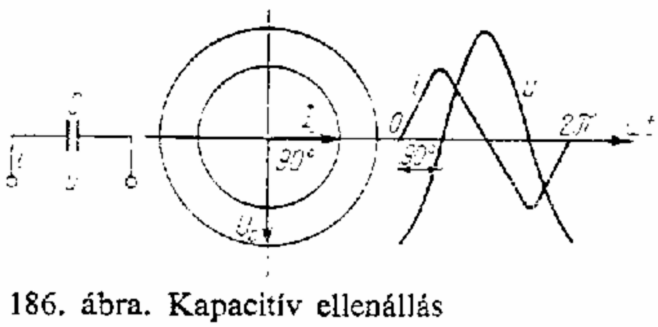


185. ábra. Induktív ellenállás

Kapacitív ellenállás

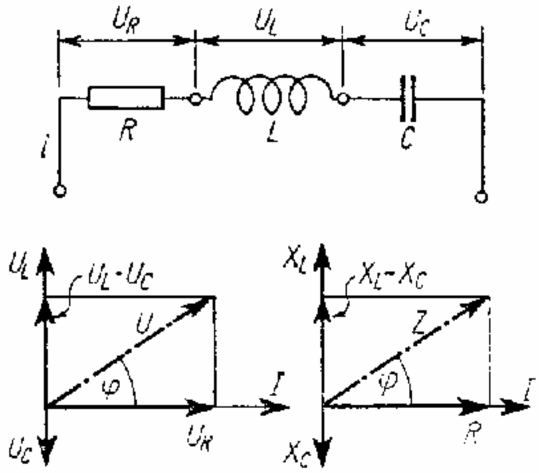
$$\boxed{X_C = \frac{1}{\omega C} = \frac{1}{2\pi f C}}$$

(C: kapacitás). A fázissietés szöge $\varphi \approx 90°$; *i* siet *u*-hoz képest.



186. ábra. Kapacitív ellenállás

3. Soros *R*, *L*, *C* kör



187. ábra. Soros R, L, C

Feszültség

$$\boxed{U = \sqrt{U_R^2 + (U_L - U_C)^2} = I\sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2} = IZ}$$

látszólagos ellenállás

$$\boxed{Z = \sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2}}$$

fázisszög

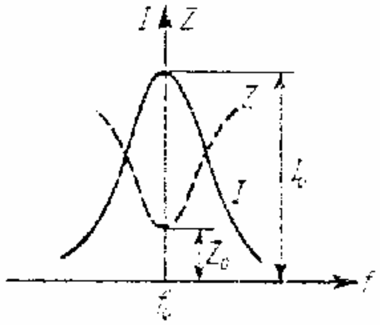
$$\boxed{\operatorname{tg} \varphi = \frac{X_L - X_C}{R} = \frac{\omega L - \dfrac{1}{\omega C}}{R}}$$

Ha $X_L > X_C$, akkor $\varphi > 0$; ha $X_L < X_C$, akkor $\varphi < 0$.
Ha $X_C = 0$ $(C = \infty;\ U_C = 0)$

$$\boxed{\begin{array}{l} U = \sqrt{U_R^2 + U_L^2} = I\sqrt{R^2 + X_L^2} = IZ \\ Z = \sqrt{R^2 + X_L^2} \quad \operatorname{tg} \varphi = \dfrac{X_L}{R} = \dfrac{\omega L}{R} \end{array}}$$

Ha $X_L = 0$ $(U_L = 0)$

$$\boxed{\begin{aligned} &U = \sqrt{U_R^2 + U_C^2} = I\sqrt{R^2 + X_C^2} = IZ \\ &Z = \sqrt{R^2 + X_C^2} \quad \operatorname{tg} \varphi = \frac{X_C}{R} = \frac{1}{R\omega C} \end{aligned}}$$



188. ábra. Feszültségi (soros) rezonancia

Feszültségi (soros) rezonancia. Ha $X_L = X_C$ és $R \neq 0$ $(U_L = U_C)$

$$\boxed{U = U_R \quad Z = R \quad \varphi = 0}$$

Feszültségi rezonancia esetén a látszólagos ellenállás az ohmos ellenállással egyenlő és az áramerősség értéke a legnagyobb.

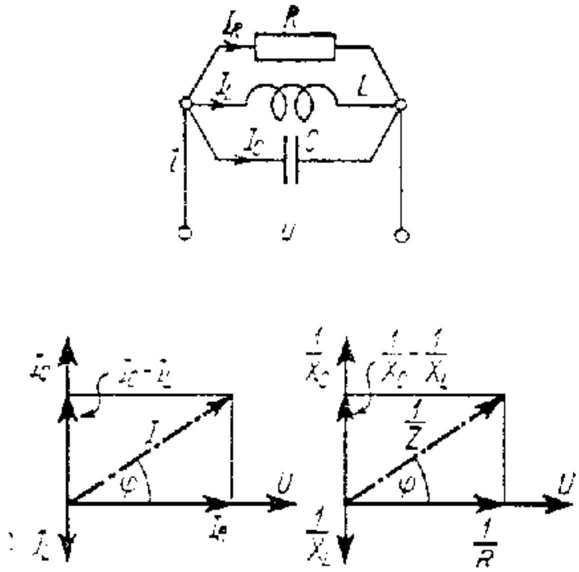
Rezonáns frekvencia

$$\boxed{f_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}}$$

rezgésidő (Thomson-képlet)

$$\boxed{T_0 = 2\pi\sqrt{LC}}$$

4. Párhuzamos *R*, *L*, *C* kör



189. ábra. Párhuzamos *R*, *L*, *C*

Áramerősség

$$\boxed{I=\sqrt{I_R^2+(I_C-I_L)^2}=U\sqrt{\frac{1}{R^2}+\left(\frac{1}{X_C}-\frac{1}{X_L}\right)^2}}$$

látszólagos vezetés

$$\boxed{\frac{1}{Z}=\sqrt{\frac{1}{R^2}+\left(\frac{1}{X_C}-\frac{1}{X_L}\right)^2}}$$

fázisszög

$$\boxed{\operatorname{tg}\varphi=\frac{\dfrac{1}{X_C}-\dfrac{1}{X_L}}{\dfrac{1}{R}}=R\left(\frac{1}{X_C}-\frac{1}{X_L}\right)=R\left(\omega C-\frac{1}{\omega L}\right)}$$

Ha $X_C < X_L$, akkor $\varphi > 0$; ha $X_C > X_L$, akkor $\varphi < 0$.

Ha $C = \infty$ $(I_C = 0)$

$$I = \sqrt{I_R^2 + I_L^2} = U\sqrt{\frac{1}{R^2} + \frac{1}{X_C^2}} = \frac{U}{Z}$$

$$\frac{1}{Z} = \sqrt{\frac{1}{R^2} + \frac{1}{X_L^2}} \quad \operatorname{tg}\varphi = -\frac{R}{X_L} = -\frac{R}{\omega L}$$

$$(\varphi < 0)$$

Ha $L = 0$ $(I_L = 0)$

$$I = \sqrt{I_R^2 + I_C^2} = U\sqrt{\frac{1}{R^2} + \frac{1}{X_C^2}} = \frac{U}{Z}$$

$$\frac{1}{Z} = \sqrt{\frac{1}{R^2} + \frac{1}{X_C^2}} \quad \operatorname{tg}\varphi = \frac{R}{X_C} = R\omega C$$

$$(\varphi > 0)$$

Áramrezonancia.

Ha $X_C = X_L$, akkor $\varphi = 0$ $(I_C = I_L)$

$$I = I_R = \frac{U}{R} \quad Z_0 = R$$

az ellenállás a legnagyobb, az áramerősség a legkisebb (áramrezonancia; párhuzamos-rezonancia).

Rezonáns frekvencia

$$f_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$$

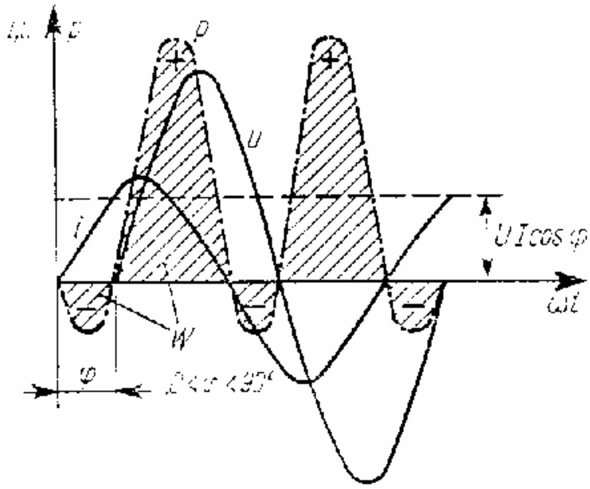
rezgésidő

$$T_0 = 2\pi\sqrt{LC}$$

5. A váltakozóáram teljesítménye

$u = U_0 \sin \omega t = U\sqrt{2} \sin \omega t;$

$i = I_0 \sin(\omega t - \varphi) = I\sqrt{2} \sin(\omega t - \varphi).$



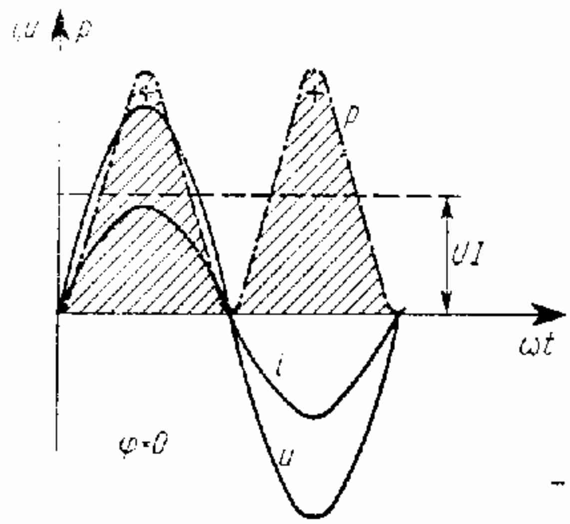
190. ábra. u, i, p görbe $(0 < \varphi < 90°)$

Pillanatnyi teljesítmény $(0 < \varphi < 90°)$

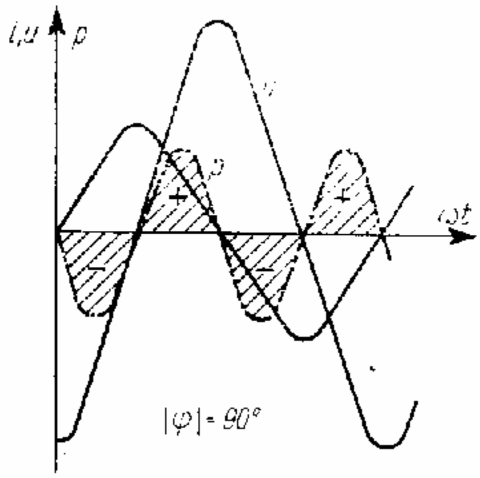
$$\boxed{p = ui = UI[\cos\varphi - \cos(2\omega t - \varphi)]}$$

ha $\varphi = 0°$

$$\boxed{p = UI(1 - \cos 2\omega t)}$$



191. ábra. $\varphi = 0$



192. ábra. $|\varphi| = 90°$

ha $|\varphi| = 90°$

$p = -UI \sin 2\omega t.$

Hatásos teljesítmény (középérték)

$\boxed{P_h = UI_h = UI \cos \varphi}$ $(I_h = I \cos \varphi)$ $[P_h] = W;$

meddő (reaktív) teljesítmény

$\boxed{P_m = UI_m = UI \sin \varphi}$ $(I_m = I \sin \varphi)$ $[P_m] = VAr;$

látszólagos teljesítmény

$\boxed{P_l = UI = \sqrt{P_h^2 + P_m^2}}$ $[P_l] = VA.$

6. A váltakozóáram munkája

Munka

$\boxed{W = UIt \cos \varphi}$

Teljesítménytényező

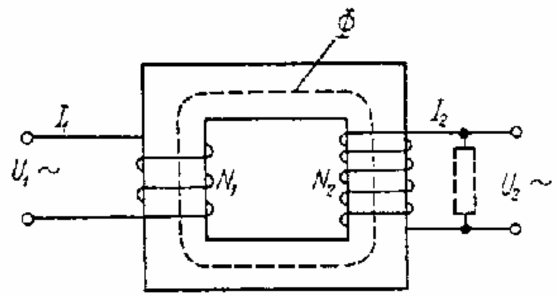
$$\boxed{\cos \varphi = \frac{P_h}{P} = \frac{P_h}{UI} = \frac{W_h}{W} = \frac{W_h}{UIt}}$$

Transzformátorok

Alapegyenlet (terheletlen transzformátorra)

$$\boxed{U_2 : U_1 = N_2 : N_1 = m}$$

(N_1, N_2: menetszám, m: áttétel.)



193. ábra. Transzformátor

A feszültségek a menetszámokkal arányosak.

$$\boxed{U_1 I_1 = U_2 I_2}$$

$$\boxed{U_1 : U_2 = I_2 : I_1 = 1/m}$$

Az áramerősségek a feszültségekkel fordítottan arányosak (a veszteségeket elhanyagolva).

Ha $N_2 > N_1$, akkor nagyobb feszültségű (és kisebb erősségű) áramot kapunk (feltranszformálás); ha pedig $N_2 < N_1$, akkor a feszültség csökken (az áramerősség nő).